Chapitre I : Choix du producteur dans un environnement certain

z est un plan de production efficace si : $z \in Z$ et $\nexists z\prime \in Z$ tel que $z\prime \geq z$ et $z\prime \neq z$.

Z est fermé (hypothèse technique)

Rendements d'échelle

Z est à rendements

- décroissants : $\forall z \in Z, \forall \lambda \in (0, 1)$, $\lambda z \in Z$.

- croissants : $\forall z \in Z, \forall \lambda \in (1, +\infty)$, $\lambda z \in Z$.

- constants : $\forall z \in Z, \forall \lambda \in (0, +\infty)$, $\lambda z \in Z$.

Etude de la fonction CES :

$$f\left(x_1, x_2\right) = A\left(\alpha x_1^{1-1/\sigma} + (1-\alpha)x_2^{1-1/\sigma}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$$

$\sigma > 1$: substituabilité croît avec σ. Cas $\sigma \to +\infty$.

$\sigma < 1$: complémentarité croît avec σ. Cas $\sigma \to 0$.

$\sigma \to 1$: cas Cobb-Douglas

$$f\left(x_1, x_2\right) = A x_1^{\alpha} x_2^{1-\alpha}$$

Relations entre le coût de production et le prix des facteurs

Propriétés :

La fonction $w \to C(w, y)$ a les propriétés suivantes :

- non-décroissante : si $w' \geq w$, $C(w', y) \geq C(w, y)$

- homogène de degré 1 :$\forall \lambda > 0$, $C(\lambda w, y) = \lambda C(w, y)$

- concave : $\forall \lambda \in (0, 1)$,

$$C(\lambda w' + (1 - \lambda)w, y) \geq \lambda C(w', y) + (1 - \lambda)C(w, y)$$

Relations entre le coût total de production et la quantité produite

Propriétés :

La fonction $y \to C(w, y)$ a les propriétés suivantes :

- Si f est concave, $C(y)$ est convexe.

- Si f est convexe, $C(y)$ est concave.

- Si f est homogène de degré 1, $C(y)$ est homogène de degré 1.

Conséquences :

- Si les rendements sont décroissants, $\forall\lambda > 1$, $C(\lambda y) \leq \lambda C(y)$ et $C(y)/y$ croissant.

- Si les rendements sont croissants, $\forall\lambda > 1$, $C(\lambda y) \geq \lambda C(y)$ et $C(y)/y$ décroissant.

- Si les rendements sont constants, $\forall\lambda > 1$, $C(\lambda y) = \lambda C(y)$ et $C(y)/y$ indépendant de y.

Lemme de Shephard : $\forall h = 1, ..., m$

$$\frac{\partial C(w, y)}{\partial w_h} = x_h(w, y)$$

Remarque : Ces propriétés sont vraies pour les coûts de court et de long terme.

Conséquence : Lorsque la fonction de coût est deux fois différentiable par rapport à w, la matrice des dérivées seconde est semi-définie négative.