

# Effets de voisinage et localisation: la ségrégation urbaine est-elle inéluctable?<sup>1</sup>

Fabien MOIZEAU<sup>2</sup>, Jean-Philippe TROPEANO<sup>3</sup> et Jean-Christophe VERGNAUD<sup>4</sup>

Novembre 2009

<sup>1</sup>Nous tenons à remercier les participants au groupe de travail “ESF/SCSS workshop on Local Public Goods, Politics and Multijurisdictional Economies” (Université Paris-1, Juillet 2002) et plus particulièrement Francisco Martinez Mora, ainsi que les participants aux séminaires de l’Université Aix-Marseille (GREQAM), de l’Université de Toulouse (GREMAQ), de l’Université de Poitiers (CRIEF) et de l’Université du Québec à Montréal (UQAM). Nous remercions chaleureusement Nicolas Pistoiesi pour les informations fournies à partir des données de l’Enquête Budget des Familles 2005. Nous remercions également Patrick Fève pour sa relecture attentive. Nous remercions enfin les rapporteurs de l’article pour leurs suggestions pertinentes.

<sup>2</sup>CREM (UMR CNRS 06211), Université de Rennes 1, 7 Place Hoche, 35000 Rennes, tél: 02 23 23 35 87; fax: 02 23 23 35 99; mél: fabien.moizeau@univ-rennes1.fr.

<sup>3</sup>CNRS-CES, Université Paris-1 Panthéon-Sorbonne, 106-112 Boulevard de l’Hôpital, 75013 Paris, tél: 01 44 07 82 29; fax: 01 44 07 82 31; mél: tropeano@univ-paris1.fr

<sup>4</sup>CNRS-CES, Université Paris-1 Panthéon-Sorbonne, 106-112 Boulevard de l’Hôpital, 75013 Paris, tél: 01 44 07 82 29; fax: 01 44 07 82 31; mél: vergnaud@univ-paris1.fr

## *Résumé*

Cet article développe un modèle théorique d'économie urbaine qui étudie les conséquences d'effets de voisinage informationnels sur l'organisation de la ville. Il s'agit, en particulier, d'examiner l'impact de tels effets de voisinage sur le processus de ségrégation urbaine. Pour ce faire, nous développons un modèle à générations imbriquées avec choix individuel d'éducation et de localisation. Lorsqu'il est jeune, un individu décide du niveau d'effort d'éducation. L'hypothèse centrale est de dire que les jeunes évaluent les rendements de l'investissement scolaire en observant les résultats obtenus par la génération précédente du quartier. Lorsqu'il atteint l'âge adulte, un individu doit décider du lieu de résidence de la famille. A la différence des résultats obtenus dans la littérature, nous montrons que, sous certaines conditions, deux types de ville existent et sont stables. (i) Une ville intégrée peut émerger dans laquelle les quartiers sont composés d'une population hétérogène et présentent les mêmes incitations à l'éducation. (ii) Une ville ségrégée est possible qui comporte un ghetto de pauvres avec une mauvaise information sur l'intérêt de l'éducation et un taux d'éducation faible. Enfin, l'analyse normative n'aboutit pas toujours au même classement des deux équilibres.

*MOTS CLES:* croyances, effets informationnels, inégalités, segmentation sociale.

*CLASSIFICATION JEL:* D31, D82, I2, J24, R1.

## *Abstract*

In this paper, we provide a theoretical framework for exploring the consequences of neighborhood informational effects - identified as role models - so as to deduce the urban configuration. Specifically, we have developed an overlapping generations model of community formation. When young, an individual must choose whether to invest in education or not. The crucial feature of our framework is that children assess the economic pay-off of education by observing the experience of the *older* generation residing in their neighborhood. When an adult, an individual who cares about her offspring's income must choose the family's location. We show that there exist two stable urban configurations. (i) An integrated city may occur where the socio-economic composition of each neighborhood makes its inhabitants well informed and therefore willing to invest in education. (ii) A segregated city may emerge where socio-economic segregation makes the inhabitants of poor communities be misinformed about the benefits of education.

*KEYWORDS:* Beliefs, Informational Effects, Inequality, Social Segmentation.

*JEL CLASSIFICATION:* D31, D82, I2, J24, R1.

# 1 Introduction:

La perception d'une aggravation de la ségrégation urbaine et le sentiment que celle-ci met en danger la cohésion sociale ont conduit à relancer les débats autour des politiques publiques d'intégration sociale. Les recherches effectuées par les économistes depuis une dizaine d'années ont permis de souligner la dimension économique de ce phénomène, d'identifier les mécanismes de ségrégation sociale et d'améliorer la compréhension de la formation des inégalités dans la ville<sup>1</sup>. L'une des sources avancées du processus de ségrégation urbaine provient de l'existence d'effets externes locaux qui émanent de l'entourage proche de chacun et qui déterminent la réussite socio-économique individuelle. Les économistes parlent à cet égard de l'influence des pairs, du rôle des exemples ou du financement local du bien public et soulignent que l'école et le quartier sont des lieux privilégiés où se produisent ces effets externes locaux. Par exemple, l'analyse récente de Goux et Maurin [2007] révèle un impact fort et significatif du contexte: toutes choses égales par ailleurs, un enfant qui habite un voisinage où aucun parent n'est diplômé a, en moyenne, 2,5 fois plus de chances de redoubler à l'école.<sup>2</sup> Les choix de localisation sont donc un élément important pour des parents soucieux du destin de leurs enfants, car ils déterminent l'accès à un établissement scolaire particulier ou la proximité de voisins favorisés. Le fonctionnement du marché foncier est donc au cœur du processus de ségrégation.

Notre objectif est de proposer un modèle où différents types d'effets de voisinage sont à l'œuvre et d'étudier, en particulier, l'influence des effets informationnels locaux sur les choix d'habitation des individus et la perpétuation des inégalités dans la ville.

La littérature portant sur les effets externes locaux et l'émergence d'inégalités urbaines propose une formalisation de ces mécanismes qui aboutit à des résultats théoriques clairs (voir les articles fondateurs de de Bartolome [1990], Bénabou [1993, 1996a,b] et Durlauf [1996] et les synthèses de

---

<sup>1</sup>Pour une introduction aux différentes approches économiques de la ségrégation urbaine, le lecteur peut se référer au rapport du Conseil d'Analyse Economique "Ségrégation urbaine et intégration sociale" [2003] de Fitoussi, Laurent et Maurice, à l'article de Thisse, Wasmer et Zénou [2003] ou enfin Zénou [2004]. Par ailleurs, l'ouvrage d'Eric Maurin [2004] propose une réflexion originale sur les politiques urbaines en examinant de nouvelles pistes possibles afin de lutter contre le séparatisme social.

<sup>2</sup>Les auteurs utilisent les données de l'Enquête Emploi menée par l'INSEE recueillies à partir d'un échantillon représentatif de voisinages de 30 ou 40 logements adjacents et qui fournit une information riche sur la population qui compose ces voisinages.

Il faut souligner toutefois que dans l'importante littérature empirique sur les effets de contexte, il n'émerge aucun consensus net sur la significativité et l'intensité des effets externes locaux (voir par exemple la revue de la littérature de Ginther *et alii* [2000]). Cette diversité des résultats s'expliquent entre autres par des problèmes de biais d'endogénéité qui rendent délicate la mesure des effets externes locaux (voir la contribution de Manski [1993] sur ces questions et Moffitt [2001] pour une présentation claire de ces problèmes).

Becker et Murphy [2003] ou de Durlauf [2002, 2004]). La richesse de l'individu détermine sa capacité à payer la rente foncière et à bénéficier des meilleurs effets externes locaux. La ségrégation urbaine apparaît inéluctable puisque seule la ville stratifiée dans laquelle les quartiers sont habités par des populations homogènes est un équilibre stable. Dans cette ville où les différentes couches de revenu ne se "mélangent" pas, les quartiers riches s'opposent aux ghettos de pauvres quant à la qualité du bien local qui est produit. Sous certaines conditions, la ville ségréguée peut être plus efficace qu'une ville socialement mixte si les bénéfices en termes d'effets externes de la concentration des riches compensent les pertes liées à la concentration des pauvres (voir Bénabou [1993, 1996a,b]).

Cependant, la plupart des modèles développés dans cette littérature retiennent une formalisation des effets de voisinage qui ne capture pas la diversité des interactions qui se produisent au sein d'un groupe d'individus. L'influence de l'entourage proche est le plus souvent assimilée au niveau moyen de richesse monétaire ou humaine du quartier ou de l'école. Il en résulte que ces modèles mettent en évidence des effets de voisinage qui invariablement génèrent une incitation à la séparation des catégories socio-économiques.

Notre objectif est de proposer un modèle de choix de localisation qui combine effets externes locaux standards (effets de pair et bien public local) et effets de voisinage informationnels censés capturer l'influence des "modèles" ou des "exemples" dans le quartier. La présence d'effets de "modèles" correspond à l'idée que l'entourage proche conditionne l'information disponible pour chacun et, par cet intermédiaire, influence les choix individuels. Il s'agit de dire que chaque individu, qui doit faire des choix, ne connaît pas les coûts et les bénéfices de sa décision mais les évalue en observant les résultats obtenus par ses proches.<sup>3</sup> Ces effets informationnels à la différence des effets externes locaux standards sont susceptibles de générer une incitation à l'intégration sociale.

Plus précisément, nous proposons d'exploiter cette idée dans un modèle à générations imbriquées avec choix individuels de localisation. Nous considérons la cellule familiale composée d'un parent et d'un enfant. L'enfant doit décider de son niveau d'éducation (par exemple, être bachelier ou pas). Or, le point fondamental de notre modélisation repose sur le fait qu'il ne connaît pas les véritables

---

<sup>3</sup>Cet effet inter-générationnel semble jouer un rôle prépondérant dans la perpétuation des inégalités. Notamment, le sociologue Wilson [1987], dans son ouvrage fameux sur les ghettos, souligne les effets destructeurs de la concentration de la pauvreté et du manque de "modèles" sur les aspirations des plus jeunes. En outre, les résultats de plusieurs études empiriques suggèrent qu'il s'établit un lien significatif entre l'expérience des parents du quartier et les choix des enfants (Brooks-Gunn *et alii* [1993], Overman [2002]). Enfin, certaines données d'enquêtes confirment l'existence d'un lien entre environnement social et inférence sur le rendement scolaire. Par exemple, l'étude de Betts [1996] nous enseigne que les étudiants de l'université de San Diego issus de milieux pauvres sous-estiment les salaires moyens d'embauche après l'obtention d'un diplôme universitaire. De même, en France, Nakhili [2005] observe que les aspirations scolaires des lycéens issus de milieux défavorisés sont d'autant plus grandes qu'ils fréquentent des lycées où le public est plus favorisé.

rendements de l'éducation (mesurés par les probabilités de mobilité sociale) mais qu'il peut observer le niveau de richesse d'un adulte bachelier et d'un adulte qui ne dispose pas de ce diplôme. Il s'avère que le voisinage influence la réussite scolaire d'une manière nouvelle lorsque l'on prend en compte, outre les effets locaux standards, ces effets informationnels. En effet, lorsque l'enfant ne recense dans son environnement que des parents pauvres, il ne souhaitera pas s'investir dans les études car, du fait de ces observations, il conclut au faible rendement de l'école. En revanche, dans un quartier habité par une population mélangée, et donc représentative de la population totale, l'enfant est alors en mesure d'évaluer correctement le rendement de l'éducation. Apparaît donc un intérêt à la mixité sociale. Quant au parent qui dispose d'un revenu soit élevé soit faible, il sélectionne le lieu d'habitation de la famille en fonction de la qualité des interactions sociales qui se créent dans chaque quartier.

Nous montrons que deux configurations de ville satisfont les conditions d'équilibre et de stabilité. Un premier type de ville, appelée ville intégrée, émerge dans lesquelles le mélange des catégories sociales est le même entre les quartiers. La qualité des effets externes est identique et les chances de réussite sociale sont les mêmes quel que soit le lieu de résidence. Nous considérons ensuite la condition de stabilité qui consiste à casser cette symétrie en remplaçant, dans un quartier, quelques habitants pauvres par des individus riches. Il s'agit de savoir si, après cette perturbation, ces agents pauvres sont prêts à revenir dans ce quartier en payant plus cher que les nouveaux occupants riches leur logement initial. Nous montrons que, sous certaines conditions, la ville intégrée est stable. Cependant, le fonctionnement décentralisé du marché foncier laisse apparaître des défauts de coordination qui peuvent amener à un second type d'équilibre urbain. Une ville ségréguée avec l'émergence de quartiers habités uniquement par les pauvres est possible. Dans ces lieux est entretenue une "culture de l'échec" où l'école n'est pas perçue comme vecteur d'ascension sociale. Ces ghettos s'opposent aux quartiers où voisinent riches et pauvres dont les enfants sont incités à s'éduquer. Cette ville ségréguée est toujours stable.

Nous montrons que, sous certaines conditions, ces deux équilibres existent et sont stables. Contrairement à la littérature traditionnelle qui privilégie la ville ségréguée puisque c'est le seul équilibre stable, nous montrons qu'en présence d'effets informationnels valorisés différemment selon les types d'individus, l'équilibre intégré ne peut plus être écarté.

Ce résultat fait écho aux travaux empiriques qui ne valident pas toujours les prédictions du modèle avec effets de voisinage traditionnels selon lequel on devrait observer que chaque communauté d'individus (dont l'unité de mesure peut varier: arrondissement, quartier, immeuble, etc.) se compose d'un intervalle de la distribution des revenus de la population. En France, à partir des données Ile de France du recensement de 1999, Préteceille [2003] remarque que même les espaces

(ou IRIS correspondant à 2000 habitants) les plus polarisés, qui sont les espaces où les catégories supérieures sont surreprésentées ainsi que les espaces ouvriers, se caractérisent par un mélange des catégories sociales. Les catégories supérieures comme les ouvriers ne sont pas majoritaires dans les espaces où ils sont surreprésentés. Si 50% de la population des ouvriers vit dans des espaces strictement ouvriers, 38% d’entre eux sont cependant présents dans les espaces moyens et 12% dans les espaces supérieurs. Pour ce qui concerne les Etats-Unis, à partir des données micro-économiques du Housing Survey qui informent sur les caractéristiques des dix voisins les plus proches d’un individu, Hardman et Ioannides [2004] obtiennent que dans 60% de ces voisinages, respectivement 40%, les trois ménages les plus pauvres, respectivement les plus riches, proviennent des 30% les plus pauvres, respectivement des 30% les plus riches, de la population américaine. Un autre test possible est d’évaluer le ratio entre la variance des revenus individuels dans chaque communauté et la variance des revenus moyens des communautés. Ce ratio vaut 1 quand chaque communauté est parfaitement homogène et 0 quand elle est habitée par toutes les catégories de revenu de la population. Davidoff [2005], à partir de données américaines, obtient un ratio très faible de 0.077 qui ne permet pas de conclure que chaque communauté se compose d’individus proches dans l’échelle des revenus.<sup>4</sup>

Notre approche s’inspire des travaux théoriques qui assimilent les effets de pair à des effets informationnels (voir, par exemple, Battaglini, Bénabou et Tirole [2005], Heavner et Lochner [2002]). L’idée de base consiste à dire que lorsque les individus disposent d’une information imparfaite pour prendre une décision, ils tentent d’obtenir de l’information auprès de ceux qui ont déjà opéré leur choix. Par exemple, Battaglini, Bénabou et Tirole [2005] montrent que les organisations comme les “Alcooliques Anonymes” permettent à leurs membres d’échanger leurs expériences et ainsi de connaître leurs propres capacités à réduire leur consommation. Dans leur ensemble, ces travaux se concentrent sur l’influence de l’environnement sur les choix individuels et n’abordent pas le problème de la formation du groupe. Nous nous distinguons de ces recherches sur le fait que le modèle analysé autorise les individus à choisir leur environnement.

Notre travail s’associe plus directement au courant de la littérature sur les effets de voisinage (voir, par exemple, Miyao [1978], de Bartolome [1990], Bénabou [1993, 1996a,b], Durlauf [1996], Fernandez and Rogerson [1996])<sup>5</sup>. L’introduction d’effets informationnels nous permet de consid-

---

<sup>4</sup>Il ne s’agit pas de prétendre que la ségrégation urbaine n’existe pas dans les faits mais plutôt de dire, à l’appui de ces études empiriques, que les configurations urbaines sont diverses et qu’il y a vraisemblablement multiplicité des équilibres urbains au lieu d’un équilibre ségrégué unique.

<sup>5</sup>Ces travaux s’inspirent, pour la plupart, des modèles d’économie urbaine qui montrent que la ségrégation urbaine résulte de l’existence de biens localisés, comme un marché du travail local, ou d’aménités locales (voir Brueckner, Thisse et Zénou [1999]).

érer la ville mixte comme une situation envisageable. En effet, à la différence de ces contributions, nous montrons que des équilibres multiples stables émergent. Enfin, notre démarche s'inscrit en droite ligne des travaux de Roemer et Wets [1995] et Streufert [2000] qui examinent plus particulièrement les conséquences des effets informationnels sur la persistance des inégalités. Roemer et Wets [1995] considèrent que les enfants ne connaissent qu'une partie de la statistique qui relie les efforts d'éducation et les salaires de toute la population. A partir de l'échantillon dont ils disposent, les jeunes estiment une relation linéaire entre effort d'éducation et salaire qui leur permettra d'associer pour tout niveau scolaire le salaire. Comme il est mesuré que la véritable distribution aux Etats-Unis est croissante et convexe, ce mode d'estimation conduit les enfants qui habitent des ghettos de pauvres et n'observent que les bas salaires à sous-estimer les rendements de l'école. Au contraire, les enfants des quartiers riches sur-évaluent les rendements de l'école. Les effets informationnels sont ici tels qu'ils génèrent une force ségrégative renforçant les inégalités. Dans l'article de Streufert, l'intérêt se concentre sur les ghettos de pauvres et les effets de la concentration des populations pauvres sur les aspirations des plus jeunes. Streufert considère que pour chaque niveau d'éducation, sont éliminés des observations des jeunes les plus hauts salaires. Mais de manière intéressante, cela n'implique pas automatiquement que la concentration des populations pauvres décourage l'investissement scolaire. Streufert obtient en effet que les jeunes des ghettos pauvres peuvent décider de réaliser un niveau d'effort élevé car, en n'observant pas les hauts revenus, ils sous-estiment le coût d'opportunité de l'éducation. Nous nous distinguons de ces travaux car ils supposent a priori l'existence d'une ville ségréguée et n'abordent pas le problème des choix de localisation et de l'émergence endogène d'une organisation sociale de la ville.<sup>6</sup>

Le corps principal de l'article s'organise en trois sections. La section 2 présente le modèle. La section 3 offre une définition de l'équilibre urbain et présente la condition de stabilité. Puis, les équilibres urbains obtenus sont exposés dans la section 4. Enfin, la conclusion revient sur les différents résultats.

---

<sup>6</sup>D'autres pistes ont été explorées pour expliquer l'émergence d'un équilibre urbain intégré: l'existence d'un marché du travail où les firmes ont besoin de travailleurs qualifiés et non qualifiés (voir par exemple Brueckner [1994]), l'existence d'un marché immobilier où les individus deviennent propriétaires à des moments différents du cycle, permettant ainsi aux plus pauvres de s'assurer contre les risques de hausse des prix et de résider dans un quartier devenu accessible seulement aux plus riches (Ortalo-Magné et Rady [2008]).

## 2 La représentation de l'économie:

Nous allons envisager une économie où les choix d'éducation des enfants dépendent d'effets externes de voisinage. Nous considérons un modèle où la taille de la ville est fixée et la population qui habite cette agglomération est en nombre constant noté  $N$ . La ville est constituée de deux quartiers, indicés par  $j = 1, 2$ , qui offrent de manière inélastique  $L$  logements identiques. Les logements sont possédés par des propriétaires fonciers qui sont supposés être absents de la ville. Chaque famille, composée d'un parent et d'un enfant, vit dans un et un seul logement. Nous supposons que la ville est en mesure d'accueillir exactement l'ensemble de la population si tous les quartiers sont occupés, c'est-à-dire que les paramètres sont tels que  $2L = N$ . Il s'agit d'un modèle à générations imbriquées où chaque génération prend une décision propre.

### 2.1 Du côté des enfants...

#### 2.1.1 Le choix d'éducation:

Le jeune doit choisir le niveau d'effort d'éducation, noté  $e$  qui détermine la probabilité  $p(e)$ , respectivement  $1 - p(e)$ , de devenir à l'âge adulte riche en obtenant le revenu  $w_r$ , respectivement pauvre en obtenant  $w_p$ . Cet individu a le choix entre exercer un niveau haut d'éducation ( $e = \bar{e} > 0$ ) ou bien de ne pas s'investir dans les études ( $e = \underline{e} = 0$ ). L'effort d'éducation  $c(e)$  est tel que  $c(\bar{e}) \geq 0 = c(\underline{e})$ . L'investissement dans l'éducation est supposé améliorer les chances de devenir riche, soit:

$$0 \leq \underline{p} = p(\underline{e}) < \bar{p} = p(\bar{e}) < 1 \quad (1)$$

Plus fondamentalement, nous faisons l'hypothèse que l'enfant ne connaît pas les véritables rendements de l'éducation. Il réalise son choix d'éducation étant donné ses estimations  $\tilde{p}(e)$  des probabilités de devenir riche conditionnellement à l'effort  $e$ . L'élaboration de ces estimations sera exposée plus loin.

Le programme de l'enfant s'écrit alors:

$$\max_e \tilde{p}(e)u(w_r) + (1 - \tilde{p}(e))u(w_p) - c(e) \quad (2)$$

avec  $u(\cdot)$  l'utilité instantanée de la consommation privée. La fonction  $u$  est supposée de type CRRA,  $u(c) = \frac{c^\gamma}{\gamma}$  avec  $1 > \gamma > 0$ .

Nous faisons l'hypothèse que l'enfant considère qu'il ne paiera pas de rente foncière lorsqu'il sera adulte. Ceci peut se justifier par le fait que l'enfant n'a pas conscience de l'influence du lieu d'habitat sur les choix d'éducation. La rente n'a selon lui aucune raison de différer entre les



quartiers d'habitation et vaut donc le coût d'opportunité de construction des logements fixé à 0. Cette hypothèse permet de ne pas faire dépendre la décision d'éducation des rentes foncières futures et simplifie grandement l'analyse.

Enfin, nous supposons vérifiée la condition suivante qui nous dit que lorsque l'enfant ne commet pas d'erreur d'estimation, il réalise toujours un effort d'éducation élevé:

**Condition 1**  $\forall \bar{p}$  et  $\underline{p} \in [0, 1]$ ,  $\bar{p} > \underline{p}$ , les paramètres  $w_r$ ,  $w_p$ ,  $\gamma$  et la fonction  $c(\bar{e})$  sont tels que 
$$\bar{p} \frac{(w_r)^\gamma}{\gamma} + (1 - \bar{p}) \frac{(w_p)^\gamma}{\gamma} - c(\bar{e}) > \underline{p} \frac{(w_r)^\gamma}{\gamma} + (1 - \underline{p}) \frac{(w_p)^\gamma}{\gamma}.$$

### 2.1.2 Les estimations des enfants:

Nous considérons que l'enfant d'une famille  $z = r, p$  fera, avec une probabilité  $1 - \alpha_z$ , une estimation correcte de la probabilité  $p(e)^7$ . Dans un tel cas, étant donné le programme (2) et la condition 1, cet enfant réalise un effort  $\bar{e}$ . Cependant, avec une probabilité  $\alpha_z$ , l'enfant rencontre au hasard des "exemples" parmi la population du quartier et estime les rendements de l'éducation en observant leur revenu et leur diplôme. Le diplôme est considéré ici comme un parfait révélateur de leur effort d'éducation.

Imaginons que l'enfant observe un voisin diplômé ayant réalisé l'effort  $\bar{e}$ . Si cet adulte est riche, il en déduit que la probabilité de devenir riche vaut  $\tilde{p}(\bar{e}) = 1$ . Si cet adulte est pauvre, il est très pessimiste quant à ses chances de devenir riche et en conclut  $\tilde{p}(\bar{e}) = 0$ . Si l'enfant rencontre un voisin non diplômé qui est riche, il en déduit que la probabilité de devenir riche vaut  $\tilde{p}(\underline{e}) = 1$ . Si cet individu est pauvre il en déduit que  $\tilde{p}(\underline{e}) = 0$ .<sup>8</sup>

Si nous notons par  $N_j(e, w_z)$ ,  $j = 1, 2$ ,  $z = r, p$  et  $e = \underline{e}, \bar{e}$  les groupes caractérisés par leur effort et leur revenu qui composent la population adulte du quartier  $j$ , on peut exprimer la probabilité pour chaque enfant de rencontrer dans ce quartier un voisin riche ayant réalisé l'effort  $e$  :

$$\frac{N_j(e, w_r)}{N_j(e, w_r) + N_j(e, w_p)}$$

Nous imposons la condition suivante qui s'avèrera utile pour réexprimer cette probabilité:

**Condition 2**  $\forall z = r, p$ , si  $N_1(\underline{e}, w_z) + N_1(\bar{e}, w_z) \neq 0$  et  $N_2(\underline{e}, w_z) + N_2(\bar{e}, w_z) \neq 0$  alors

$$\frac{N_1(e, w_z)}{N_1(\underline{e}, w_z) + N_1(\bar{e}, w_z)} = \frac{N_2(e, w_z)}{N_2(\underline{e}, w_z) + N_2(\bar{e}, w_z)} \quad (3)$$

<sup>7</sup>La probabilité  $1 - \alpha_z$  peut s'interpréter comme les chances que l'enfant soit convaincu par les parents de l'intérêt de l'école.

<sup>8</sup>Nous ne prétendons pas que ce mode de formation des inférences est une représentation fidèle de la réalité. Il s'agit d'adopter ici une spécification simple de l'idée que les enfants peuvent commettre des erreurs d'estimations en observant leur voisinage.

Cette condition implique que la fraction de la population avec le revenu  $w_z$  et l'effort  $e$  qui habite le quartier  $j$  est égale à la fraction de la population avec ces mêmes revenu et effort dans la population totale de type  $w_z$ , que l'on notera  $N(w_z)$ . Cette condition n'est pas cruciale mais nous permet d'exprimer les croyances des enfants de manière plus simple (voir l'annexe). Comme les effets externes locaux que nous considérons dépendent de la richesse du voisinage, les parents n'ont pas de raison de choisir leur quartier d'habitation en fonction de leur effort passé.<sup>9</sup>

En introduisant la variable  $\theta_j = \left(\frac{N_j(w_p)}{N(w_p)}\right) \left(\frac{N_j(w_r)}{N(w_r)}\right)^{-1}$ , la condition 2 nous permet d'écrire:

$$\frac{N_j(e, w_r)}{N_j(e, w_r) + N_j(e, w_p)} = \frac{p(e)}{p(e) + (1 - p(e)) \theta_j} \quad (4)$$

La variable  $\theta_j$  correspond à la part de pauvres qui habitent le quartier  $j$  rapportée à la part de riches qui résident dans  $j$ . Sa valeur nous informe ainsi sur le degré de "mélange" des populations riches et pauvres dans un même quartier. Ainsi, plus l'indice est élevé plus la population pauvre est représentée dans le quartier considéré et moins les chances pour l'enfant de tirer au hasard un adulte riche sont importantes. Lorsque  $\theta_j = 1$ , la composition sociale du quartier  $j$  est représentative de la composition de la population de la ville.

Nous considérons que, pour élaborer ses estimations, l'enfant se base sur deux observations: le revenu obtenu par un diplômé et le revenu obtenu par un non diplômé. Ainsi, parmi la proportion  $\alpha_z$  des jeunes qui fondent leur choix d'éducation sur des estimations du rendement de l'effort, quatre groupes vont se distinguer:

1. Une proportion  $\left(1 - \frac{p}{p+(1-p)\theta_j}\right) \left(1 - \frac{\bar{p}}{\bar{p}+(1-\bar{p})\theta_j}\right)$  de la population jeune a rencontré un voisin diplômé pauvre et un non diplômé pauvre et conclut à  $\tilde{p}(\underline{e}) = 0$  et  $\tilde{p}(\bar{e}) = 0$ .
2. Une proportion  $\left(1 - \frac{\bar{p}}{\bar{p}+(1-\bar{p})\theta_j}\right) \frac{p}{p+(1-p)\theta_j}$  de la population jeune a rencontré un voisin diplômé pauvre et un non diplômé riche et conclut à l'estimation suivante  $\tilde{p}(\underline{e}) = 1$  et  $\tilde{p}(\bar{e}) = 0$ .
3. Une proportion  $\frac{\bar{p}}{\bar{p}+(1-\bar{p})\theta_j} \frac{p}{p+(1-p)\theta_j}$  a rencontré des voisins non diplômé et diplômé riches et en déduit  $\tilde{p}(\underline{e}) = 1$  et  $\tilde{p}(\bar{e}) = 1$ .
4. Une proportion  $\frac{\bar{p}}{\bar{p}+(1-\bar{p})\theta_j} \left(1 - \frac{p}{p+(1-p)\theta_j}\right)$  de la population jeune a rencontré un voisin diplômé qui a réussi et un non diplômé pauvre et conclut à  $\tilde{p}(\underline{e}) = 0$  et  $\tilde{p}(\bar{e}) = 1$ .

---

<sup>9</sup>La Condition 2 ne pourrait pas se justifier dans un modèle avec des effets externes de réseau selon lesquels on souhaite habiter un quartier où les résidents ont un niveau d'éducation semblable. Dans ce cas, l'origine scolaire de l'individu influencerait ses choix d'habitation.

Compte tenu du programme (2), seule la proportion  $\frac{\bar{p}}{\bar{p}+(1-\bar{p})\theta_j} \left(1 - \frac{\underline{p}}{\underline{p}+(1-\underline{p})\theta_j}\right)$  de la fraction  $\alpha_z$  de la population jeune qui estime les rendements de l'éducation à partir de son voisinage fera un effort  $\bar{e}$ .

Au total, la proportion d'enfants de parents  $z$  dans le quartier  $j$  faisant un effort est égale à:

$$\pi(z, j) = (1 - \alpha_z) + \alpha_z \frac{\bar{p}}{\bar{p} + (1 - \bar{p})\theta_j} \left(1 - \frac{\underline{p}}{\underline{p} + (1 - \underline{p})\theta_j}\right) \quad (5)$$

L'influence de la composition sociale du quartier sur l'effort d'éducation des jeunes apparaît clairement. Lorsque le quartier  $j$  n'est habité que par des pauvres ( $\theta_j = +\infty$ ), les chances d'observer un adulte diplômé et riche sont nulles et la proportion de jeunes faisant un effort est réduite à  $\pi(z, j) = (1 - \alpha_z)$ . A l'opposé, lorsque le quartier  $j$  est exclusivement riche ( $\theta_j = 0$ ), l'enfant très optimiste sur ses chances de réussite sociale n'est pas incité à s'éduquer, d'où  $\pi(z, j) = (1 - \alpha_z)$ . Dans le cas intermédiaire où le quartier  $j$  est correctement mélangé et qu'il est représentatif de la population totale ( $\theta_j = 1$ ), l'enfant estime correctement les rendements de l'éducation et la proportion de jeunes qui s'éduquent devient  $\pi(z, j) = (1 - \alpha_z) + \alpha_z \bar{p} (1 - \underline{p})$ . Enfin, mentionnons que la proportion  $\pi(z, j)$  est une fonction concave de  $\theta_j$  et atteint un maximum pour un certain degré de mélange des populations riches et pauvres qui vaut  $\theta_j = \theta^* = \sqrt{\frac{\bar{p}\underline{p}}{(1-\bar{p})(1-\underline{p})}}$ . Il apparaîtra que la position de  $\theta^*$  par rapport à 1, soit  $\theta^* \gtrless 1 \iff \bar{p} + \underline{p} \gtrless 1$ , est prépondérante pour analyser l'émergence des équilibres urbains possibles. Au total, la mixité sociale informe les enfants des bénéfices de l'éducation et les incite à s'éduquer.

## 2.2 ...du côté des parents:

Le parent doit décider du lieu d'habitation de la famille. Nous supposons que l'agent dispose des informations correctes quant aux rendements de l'éducation parce qu'il possède une vision plus complète du système d'éducation.<sup>10</sup> Les préférences portant sur la consommation de bien privé, le revenu de l'enfant et des effets de pair, le parent de type  $z = r, p$  va donc être amené à choisir la localisation  $j$  telle que:

$$\max_j U^z = u(w_z - \rho_j) + a[\pi(z, j)(\bar{p}w_r + (1-\bar{p})w_p) + (1 - \pi(z, j))(p w_r + (1-p)w_p) - \psi\left(\frac{N_j(w_r)}{L}\right)] \quad (6)$$

avec  $\rho_j$  la rente foncière du quartier  $j$ ,  $a$  un paramètre positif d'altruisme et  $\psi\left(\frac{N_j(w_r)}{L}\right)$  des effets de pair dépendant de la proportion de parents riches dans le quartier  $j$ . On supposera  $\psi()$

<sup>10</sup>L'hypothèse d'estimation exacte des rendements de l'éducation de la part des parents n'est pas fondamentale. Pour que les parents soient prêts à payer pour obtenir des effets informationnels de qualité, il est simplement nécessaire qu'ils réalisent des estimations telles qu'ils sont toujours convaincus que l'effort engendre un bénéfice net positif.

positive et décroissante sur  $[0, 1]$ . Cette formalisation appelle plusieurs remarques. En premier lieu, nous faisons l'hypothèse que les préférences se caractérisent par un altruisme limité selon lequel le parent se soucie du revenu de son fils. Cette hypothèse simplifie le programme des parents qui n'ont pas à se soucier des rentes futures et des coûts d'éducation payés par les générations suivantes. En second lieu, le terme  $\psi()$  peut s'interpréter comme un coût d'éducation payé par les parents. Ce coût dépend du nombre de parents riches habitant le quartier. Il renvoie à des effets de voisinage plus traditionnellement étudiés dans la littérature. Par exemple, si on admet que niveau de revenu et capital culturel sont corrélés positivement, nous pourrions considérer que la variable  $\frac{N_j(w_r)}{L}$  approxime des effets de pair qui facilitent l'accumulation de capital humain et réduisent le coût d'éducation payé par les parents<sup>11</sup>. L'influence de la variable  $\frac{N_j(w_r)}{L}$  pourrait également renvoyer à l'existence de biens publics locaux (comme le financement local d'une école). Nous poserons  $\psi(\Pi_j) = \lambda(1 - \frac{N_j(w_r)}{L})$  avec  $\lambda$  un paramètre positif.

Ce modèle fait donc intervenir des effets de voisinage par deux canaux différents: un canal informationnel et un canal traditionnel d'effets de voisinage capturé par  $\psi()$ .

Au total, comme le met en évidence le programme (6), la sélection du quartier d'habitation repose sur un arbitrage entre rente foncière et qualité des effets externes locaux.

### 3 Définition et stabilité de l'équilibre urbain:

Nous définirons un équilibre de la manière suivante:

**Définition 1** *Etant donné les conditions 1, 2 et un nombre de riches  $N(w_r) < L$ , l'équilibre urbain défini par l'ensemble des rentes, des indices de composition sociale et un nombre de riches dans le quartier 1 soit  $(\rho_1, \rho_2, \theta_1, \theta_2, N_1(w_r))$  est tel que:*

(i) *Aucun agent ne souhaite changer de quartier d'habitation.*

(ii) *Les compositions sociales valent:*

$$\theta_1 = \left( \frac{L - N_1(w_r)}{2L - N(w_r)} \right) \left( \frac{N(w_r)}{N_1(w_r)} \right) \quad (7)$$

et

$$\theta_2 = \left( \frac{L - N(w_r) + N_1(w_r)}{2L - N(w_r)} \right) \left( \frac{N(w_r)}{N(w_r) - N_1(w_r)} \right) \quad (8)$$

---

<sup>11</sup>A strictement parler, les effets de pair correspondent à des effets externes qui réduisent le coût d'éducation que supporte l'enfant. Dans ce cas, le coût s'écrirait de la façon suivante:  $c(e, E)$  où  $e$  est l'effort de l'enfant et  $E$  est l'effort moyen (voir Bénabou [1993]).

(iii) La demande de logements est égale à l'offre de logements, soit  $\forall j = 1, 2$ ,

$$N_j(w_r) + N_j(w_p) = L \quad (9)$$

A l'équilibre, les niveaux de rente, le nombre total de riches et les compositions sociales des quartiers sont tels qu'aucun agent n'a intérêt à migrer (point (i)). Les variables  $\theta_j$  décrivent une répartition particulière de la population dans la ville (point (ii)). En outre, les contraintes physiques d'une offre de logements limitée dans chaque quartier doivent être respectées (point (iii)). Etant donné ce point (iii), la valeur de  $N_1(w_r)$  suffit pour savoir la répartition des riches et des pauvres dans les deux quartiers.

Fondamentalement, le choix de localisation d'un parent est dépendant des choix d'habitation des autres parents. Ces complémentarités stratégiques créent ainsi une source de multiplicité des équilibres urbains. Afin de sélectionner une configuration de la ville parmi ces différents équilibres urbains, nous emploierons un critère de stabilité fréquemment utilisé dans la littérature (voir, par exemple, Bénabou [1996b] ou Becker et Murphy [2003]):

**Définition 2** *Un équilibre urbain  $(\rho_1, \rho_2, \theta_1, \theta_2, N_1(w_r))$  est stable si, pour un  $\varepsilon$  faible, suite à la migration de  $\varepsilon$  individus de type  $z$  du quartier 1 vers le quartier 2 et la migration dans la direction opposée du même nombre  $\varepsilon$  d'individus  $z' \neq z$ , les individus de type  $z$  sont prêts à payer une rente foncière dans le quartier 1 plus élevée que les individus  $z'$ .*

Autrement dit, ce critère de stabilité nous dit que les individus qui ont émigré au cours de la "perturbation"  $\varepsilon$  sont prêts à payer davantage pour revenir dans leur quartier d'origine que ceux qui sont venus les y remplacer. Nous emploierons ce concept de stabilité pour savoir quels sont les équilibres urbains que nous pouvons retenir dans notre modèle.

## 4 Les équilibres urbains:

Nous montrons que différentes organisations de la ville sont possibles à l'équilibre. En supposant que le nombre de riches est tel qu'ils peuvent occuper ensemble un même quartier, soit  $N(w_r) < L$ , trois types de configurations urbaines sont possibles. Nous appellerons "ville intégrée" une configuration urbaine telle que la composition sociale est identique dans les deux quartiers, soit  $\theta_1 = \theta_2 = 1$ . Nous parlerons de "ville ségréguée" quand un quartier accueille l'ensemble des riches et que le second

quartier est exclusivement habité par des pauvres, soit par exemple  $0 < \theta_1 < 1$  et  $\theta_2 = +\infty$ .<sup>12</sup> Enfin, la “ville mixte” correspond à une configuration urbaine où les deux quartiers sont occupés par les deux classes de revenu,  $0 < \theta_1 < 1$  et  $1 < \theta_2 < +\infty$ .<sup>13</sup>

La formalisation adoptée nous permet d’exprimer la rente foncière payée dans le quartier 1 qui assure l’indifférence d’un individu de type  $z$  entre les deux quartiers. Sachant la fonction d’utilité des parents et en imposant sans perte de généralité  $\rho_2^z = 0$  pour  $z = r, p$ , nous avons:

$$\rho_1^z(\theta_1) = w_z - [(w_z)^\gamma + a\gamma[(\pi(z, 2) - \pi(z, 1))(\bar{p} - \underline{p})(w_r - w_p)) - \lambda(\frac{2N_1(w_r)}{L} - \frac{N(w_r)}{L})]^\frac{1}{\gamma} \quad (10)$$

En utilisant les équations (5), (7) et (8), la rente se réécrit:

$$\begin{aligned} \rho_1^z(\theta_1) = & w_z - [(w_z)^\gamma + a\gamma[\alpha_z(\frac{\bar{p}}{\bar{p} + (1 - \bar{p})\theta_2} \left(1 - \frac{\underline{p}}{\underline{p} + (1 - \underline{p})\theta_2}\right) \\ & - \frac{\bar{p}}{\bar{p} + (1 - \bar{p})\theta_1} \left(1 - \frac{\underline{p}}{\underline{p} + (1 - \underline{p})\theta_1}\right) \\ & ((\bar{p} - \underline{p})(w_r - w_p)) - \lambda(2\frac{N(w_r)}{N(w_r) + \theta_1(2L - N(w_r))} - \frac{N(w_r)}{L})]^\frac{1}{\gamma} \end{aligned}$$

avec  $\theta_2 = \frac{\theta_1(L - N(w_r)) + N(w_r)}{N(w_r) + (2L - N(w_r))\theta_1 - L}$ .

Toute la question pour déterminer les divers équilibres et vérifier leur stabilité est de comparer les dispositions à payer des deux types de population en fonction des valeurs de  $\theta_1$ , c’est-à-dire évaluer  $\rho_1^r(\theta_1) - \rho_1^p(\theta_1)$ . L’obtention de résultats “robustes” est rendue difficile par le fait que la différence  $\rho_1^r(\theta_1) - \rho_1^p(\theta_1)$  dépend des six variables suivantes:  $\frac{N(w_r)}{2L}$ ,  $\bar{p}$ ,  $\underline{p}$ ,  $\lambda$ ,  $w_r$ ,  $w_p$ ,  $\gamma$ ,  $a$ ,  $\alpha_p$  et  $\alpha_r$ . Concernant l’hétérogénéité entre les individus qui porte sur la richesse et les paramètres  $\alpha_z$ , nous aurons les conséquences suivantes. D’un côté, les effets de voisinage étant des biens normaux, si  $\alpha_r = \alpha_p$  alors nous savons que les riches seraient prêts à payer davantage que les pauvres pour bénéficier de meilleurs effets de voisinage. De l’autre côté, il est possible que cet effet richesse soit contrecarré par le fait que les pauvres accordent plus de valeur aux effets informationnels que les riches, c’est-à-dire quand  $\alpha_p > \alpha_r$ .

Nous pouvons néanmoins obtenir un premier résultat qui énonce que quelles que soient les valeurs des paramètres, les dispositions à payer des riches et des pauvres s’égalisent toujours lorsque les compositions sociales des deux quartiers ne sont pas biaisées, c’est-à-dire quand  $\theta_1 = \theta_2 = 1$ :

<sup>12</sup>Si nous avons supposé que le nombre de riches était tel que  $N(w_r) > L$ , une telle configuration urbaine devenait impossible. Dans un tel cas, il aurait fallu considérer la ville avec  $\theta_1 = 0$  et  $0 < \theta_2 < +\infty$ . Les caractéristiques de cette ville ne sont pas radicalement différentes de notre ville ségréguée.

<sup>13</sup>Il y a bien sûr des cas symétriques où  $\theta_1 = +\infty$ ,  $0 < \theta_2 < 1$  et  $1 < \theta_1 < +\infty$ ,  $0 < \theta_2 < 1$ . Par convention, nous imposerons que  $\theta_1 \leq 1 \leq \theta_2$ .

**Proposition 1** *Etant donné les conditions 1 et 2 pour toute ville de 2 quartiers contenant  $2L$  logements, la ville intégrée, caractérisée par  $(\rho_1^I, \rho_2^I, \theta_1^I, \theta_2^I, N_1^I(w_r))$ , telle que*

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_1^I = \rho_2^I = 0 \\ \theta_1^I = \theta_2^I = 1 \\ N_1^I(w_r) = \frac{N(w_r)}{2} \end{array} \right.$$

*est toujours un équilibre urbain.*

**Démonstration.** Si on répartit la population de telle sorte que  $N_1(w_r) = N_2(w_r) = \frac{N(w_r)}{2}$  et  $N_1(w_p) = N_2(w_p) = \frac{N(w_p)}{2}$  alors selon (7) et (8),  $\theta_1 = \theta_2 = 1$ , et selon (5)  $\pi(z, 1) = \pi(z, 2) = (1 - \alpha_z) + \alpha_z \bar{p}(1 - \underline{p})$  pour  $z = r, p$ . Etant donné (10), il en découle que  $\rho_1^r = \rho_1^p = 0$ . Le point (i) de la Définition 1 est vérifié.

Cette répartition de la population satisfait (9) puisque:

$$\frac{N(w_r)}{2} + \frac{N - N(w_r)}{2} = \frac{2L}{2} = L$$

Ce qui complète la démonstration. ■

La ville intégrée décrit une configuration parfaitement symétrique où la composition sociale de chaque quartier est identique et représentative de la population totale. Le nombre de riches, respectivement de pauvres, est le même dans les deux quartiers. La proportion d'enfants qui décident de s'éduquer est la même dans les deux quartiers quel que soit le revenu du parent et vaut  $(1 - \alpha_z) + \alpha_z \bar{p}(1 - \underline{p})$ . En outre, pour cet équilibre, la rente foncière se fixe au coût d'opportunité car la qualité des effets externes locaux proposés dans chaque quartier reste semblable. Les adultes sont donc indifférents entre les divers lieux d'habitation. Le fait qu'il est toujours possible d'obtenir une ville intégrée rejoint les résultats mis en évidence par la littérature sur les effets externes locaux.

En revanche, l'équilibre intégré n'est pas toujours stable. Nous analyserons plus loin des cas pour lesquels la stabilité de l'équilibre intégré est assurée.

Traditionnellement dans ce type de modèle, peuvent émerger d'autres types d'équilibres urbains. Le second résultat identifie une condition suffisante sur les paramètres  $\alpha_r$  et  $\alpha_p$  qui assure que la ville ségréguée est un équilibre urbain stable.

**Proposition 2** *Etant donné les conditions 1 et 2, pour toute ville de 2 quartiers contenant  $2L$  logements, si  $\alpha_r \geq \alpha_p$  alors la ville ségréguée est toujours un équilibre urbain. Elle est caractérisée par  $(\rho_1^S, \rho_2^S, \theta_1^S, \theta_2^S, N_1^S(w_r))$ , telle que:*

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_1^S = w_p - [(w_p)^\gamma + a\gamma[(-\alpha_p \frac{\bar{p}}{\bar{p} + (1-\bar{p})\theta_1^S} \left(1 - \frac{p}{p + (1-p)\theta_1^S}\right))(\bar{p} - p)(w_r - w_p) - \lambda \frac{N(w_r)}{L}]]^{\frac{1}{\gamma}} \\ \rho_2^S = 0 \\ \theta_1 = \theta_1^S = \left(\frac{L - N(w_r)}{2L - N(w_r)}\right) \text{ et } \theta_2^S = +\infty. \\ N_1^S(w_r) = N(w_r) < L \end{array} \right.$$

*En outre, la ville ségréguée est toujours stable.*

**Démonstration** (i) Etant donné l'équation (10), nous savons:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_1^z(\theta_1)}{\partial w_z} &= 1 - [(w_z)[(w_z)^\gamma + a\gamma[(\pi(z, 2) - \pi(z, 1))(\bar{p} - p)(w_r - w_p)] \\ &\quad - \lambda \left(\frac{2N_1(w_r)}{L} - \frac{N(w_r)}{L}\right)]^{-\frac{1}{\gamma} - 1} \end{aligned}$$

Avec  $\gamma < 1$ , on en déduit aisément que la disposition à payer est une fonction strictement croissante du revenu  $w_z$ , quel que soit  $\theta_1 \neq 1$ .

(ii) La rente foncière dépend aussi de  $\alpha_z$ . En  $\theta_1 = \theta_1^S$  et  $\theta_2 = +\infty$ , on obtient

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_1^z(\theta_1^S)}{\partial \alpha_z} &= \frac{1}{\gamma} a\gamma \left(\frac{\bar{p}}{\bar{p} + (1-\bar{p})\theta_1^S} \left(1 - \frac{p}{p + (1-p)\theta_1^S}\right)\right) (\bar{p} - p)(w_r - w_p) \\ &\quad [(w_z)^\gamma + a\gamma[(-\alpha_z \frac{\bar{p}}{\bar{p} + (1-\bar{p})\theta_1^S} \left(1 - \frac{p}{p + (1-p)\theta_1^S}\right))(\bar{p} - p)(w_r - w_p) - \lambda \frac{N(w_r)}{L}]]^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} > 0 \end{aligned}$$

(iii) De (i) et (ii) on en déduit que si  $\alpha_r \geq \alpha_p$  alors  $\rho_1^r(\theta_1^S) > \rho_1^p(\theta_1^S)$ .

(iv) Par ailleurs, une légère perturbation de  $\theta_1^S$  ne modifie pas l'inégalité entre les rentes foncières et on a  $\rho_1^r(\theta_1^S + \varepsilon) > \rho_1^p(\theta_1^S + \varepsilon)$ . L'équilibre ségrégué est donc stable ■

La ville ségréguée décrit une répartition inégale de la population sur le territoire. Le quartier 1 accueille la totalité des riches de la ville et un certain nombre de pauvres. Le quartier 2 est exclusivement habité par des pauvres. Ainsi, le quartier 1 offre de meilleurs effets de voisinage que le quartier 2. Au sein de ce quartier, les chances pour un enfant de rencontrer un parent riche sont nulles ce qui fait chuter la probabilité de réaliser un effort à  $(1 - \alpha_p)$ . En outre, les effets de pair y sont inexistants. Quant au quartier 1, sa composition sociale génère de meilleurs effets informationnels et procure aux enfants davantage d'incitations à s'éduquer. La proportion d'enfants qui s'éduquent s'élève à  $(1 - \alpha_z) + \alpha_z \frac{\bar{p}}{\bar{p} + (1-\bar{p})\theta_1^S}$ . S'ajoutent les effets de pair créés par la présence



des riches. Renforçant l'effet richesse, la condition  $\alpha_r \geq \alpha_p$  assure ainsi que les riches attribuent une plus grande valeur aux effets informationnels que les pauvres. Ils seront ainsi toujours prêts à enchérir sur les pauvres pour profiter de meilleurs effets de voisinage. A l'équilibre, le prix du logement  $\rho_1$  reflète la propension des agents pauvres à payer pour habiter un quartier propice à l'éducation des enfants. Les familles riches, quant à elles, préfèrent strictement profiter des effets externes de voisinage du quartier 1. La stabilité de l'équilibre est automatique puisque la préférence stricte des riches pour le quartier 1 est préservée après migration de  $\varepsilon$  riches du quartier 1 vers le quartier 2.

Pour pouvoir en dire davantage sur la stabilité de l'équilibre intégré, l'existence de l'équilibre ségrégré et la coexistence de ces deux équilibres, nous allons analyser notre modèle de manière numérique. Pour cela, nous fixons les valeurs prises par certains paramètres:  $\frac{N(w_r)}{2L} = 0.25$ ,  $w_r = 1$ ,  $w_p = 0.39$ ,  $\gamma = 0.8$ ,  $a = 0.1$ <sup>14</sup>. Nous laissons libres des paramètres plus spécifiques à ce modèle:  $\bar{p}$ ,  $\underline{p}$ ,  $\alpha_r$  et  $\alpha_p$ .

Nous sommes tout d'abord en mesure de proposer le résultat suivant:

**Proposition 3** *Etant donné les valeurs des paramètres  $\frac{N(w_r)}{2L} = 0.25$ ,  $w_r = 1$ ,  $w_p = 0.39$ ,  $\gamma = 0.8$ ,  $a = 0.1$ , pour toute ville de 2 quartiers contenant  $2L$  logements, si  $\theta^* > 1$  alors:*

(i) *si  $1 = \alpha_r \geq \alpha_p$ , il existe des valeurs de  $\lambda$  et  $\alpha_p$  telles que la ville intégrée est un équilibre urbain stable;*

(ii) *si  $1 = \alpha_p > \alpha_r$ , il existe des valeurs de  $\lambda$  et  $\alpha_r$  telles que la ville intégrée est un équilibre urbain stable et des valeurs de  $\lambda$  et  $\alpha_r$  telles que la ville ségrégréée est un équilibre urbain stable.*

### Démonstration.

**Point (i) de la Proposition 3.** Considérons l'équilibre intégré et imaginons une légère

---

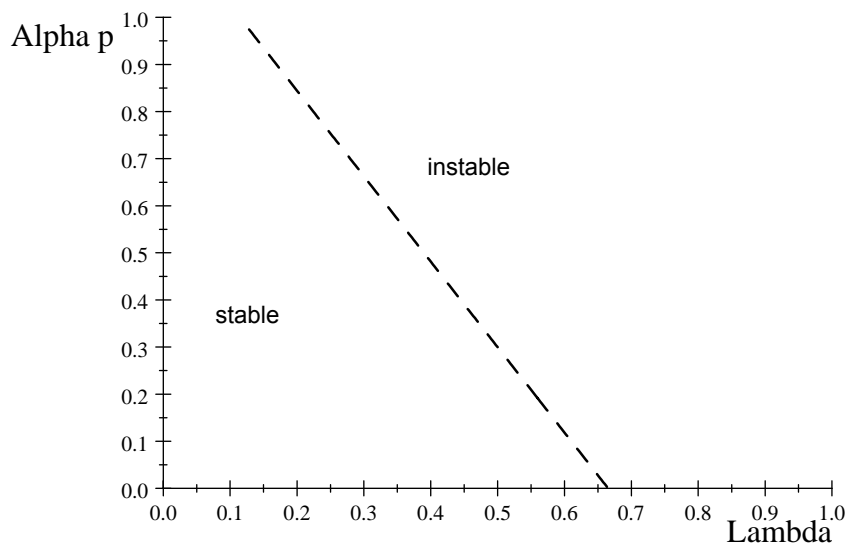
<sup>14</sup>Nous considérons qu'un individu est riche s'il appartient aux 25 % de français les plus riches ( $\frac{N(w_r)}{2L} = 0.25$ ). Selon les données de l'Enquête Budget des Familles de 2005, la moyenne des revenus des 25 % de français les plus riches, respectivement des 75% des français les plus pauvres, vaut 37 437 euros annuels, respectivement 14 776 euros annuels, mesurés en unités de consommation. On en déduit que  $w_p = 0.39w_r$ . Il est important de souligner que l'effet richesse va jouer non pas en fonction des niveaux  $w_r$  et  $w_p$  mais en fonction de l'écart  $\frac{w_r}{w_p}$ . C'est pourquoi on appliquera la normalisation  $w_r = 1$ . Nous n'analyserons pas l'effet d'une augmentation de l'écart de revenu sur les équilibres urbains possibles. On peut immédiatement imaginer qu'une hausse du ratio  $\frac{w_r}{w_p}$  rendra plus difficile la stabilité de l'équilibre intégré et en revanche facilitera l'émergence de l'équilibre ségrégré.

La valeur 0.8 du paramètre d'aversion relative au risque est conforme aux résultats des études empiriques de Kahneman et Tversky [1992] ou d'Abdellaoui [2000]. Pour fixer la valeur du paramètre d'altruisme à 0.1, nous nous appuyons sur les résultats d'études en économie de la santé qui aboutissent à des estimations de la valeur de la vie humaine 10% à 40% supérieure pour une population altruiste (voir Jones-Lee [1992]).

perturbation de celui-ci en déplaçant un nombre  $\varepsilon$  d'individus pauvres du quartier 1 vers le quartier 2 et un mouvement inverse d'individus riches (voir Définition 2). Suite à ces flux migratoires, nous aurons  $\theta_1^\varepsilon = 1 - \varepsilon$  et  $\theta_2^\varepsilon = 1 + \varepsilon$ . La question est alors de savoir si, étant donné cette nouvelle répartition de la population, il existe des valeurs des paramètres telles que les pauvres sont prêts à payer davantage que les riches pour habiter le quartier 1, soit

$$\rho_1^r(1 - \varepsilon) < \rho_1^p(1 - \varepsilon). \quad (11)$$

Dans le graphique ci-dessous, la courbe en pointillés décrit l'ensemble des couples  $(\lambda, \alpha_p)$  tels que  $\rho_1^r(1 - \varepsilon) = \rho_1^p(1 - \varepsilon)$  en prenant  $\bar{p} = 0.8$  et  $\underline{p} = 0.35$  de telle sorte que  $\theta^* > 1$ . Nous appellerons cette courbe la courbe d'isorente:



Graphique 1: Stabilité de l'équilibre intégré quand  $\theta^* > 1$  et  $\alpha_r = 1 \geq \alpha_p$ .

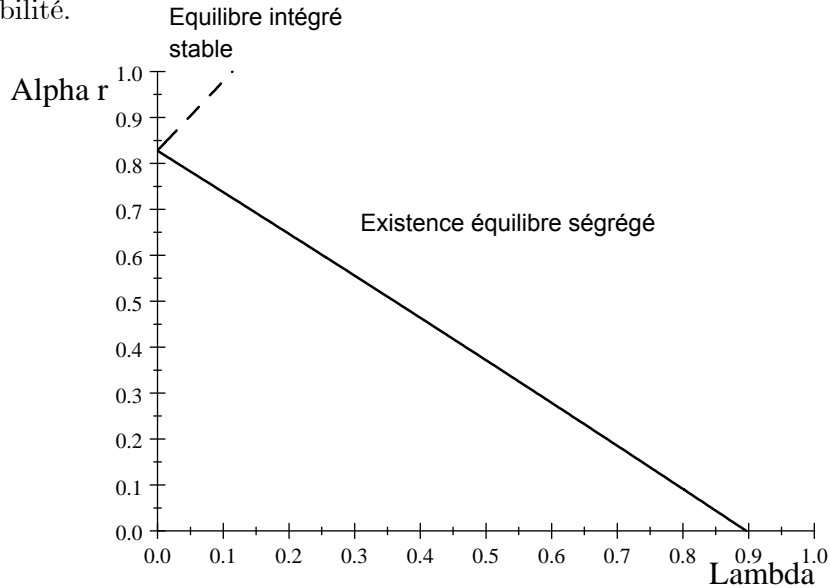
Il est aisé de vérifier que pour l'ensemble des points  $(\lambda, \alpha_p)$  situés au Sud-Ouest de la courbe d'isorente, la stabilité de l'équilibre intégré est assurée.

**Point (ii) de la Proposition 3.** Analysons le cas de la ville ségréguée. La question est de savoir si, étant donné cette répartition de la population et pour ces valeurs de paramètres, les riches sont prêts à payer davantage que les pauvres pour habiter le quartier 1 soit, pour  $\theta_1^S = \frac{1}{3}$ ,

$$\rho_1^r\left(\frac{1}{3}\right) > \rho_1^p\left(\frac{1}{3}\right)$$

Pour  $\bar{p} = 0.8$  et  $\underline{p} = 0.35$ , la courbe ci-dessous nous donne le lieu des couples  $(\lambda, \alpha_r)$  tels que  $\rho_1^r\left(\frac{1}{3}\right) = \rho_1^p\left(\frac{1}{3}\right)$ . Il est aisé de voir que pour l'ensemble des points situés au Nord-Est de cette courbe la ville ségréguée existe.

Quant à la stabilité de l'équilibre intégré, la courbe en pointillés décrit l'ensemble des couples  $(\lambda, \alpha_r)$  tels que  $\rho_1^r(1 - \varepsilon) = \rho_1^p(1 - \varepsilon)$ . Les points situés au Nord-Ouest de la courbe vérifient la condition de stabilité.



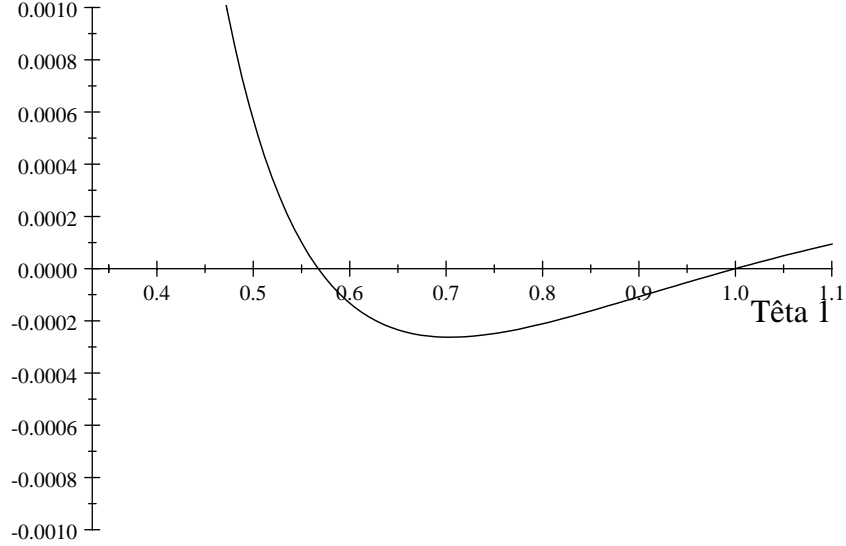
Graphique 2: Stabilité de l'équilibre intégré et existence de l'équilibre ségrégré quand  $\theta^* > 1$  et

$$\alpha_p = 1 \geq \alpha_r.$$

■

La Proposition 3 appelle plusieurs commentaires. Concernant le point (i) de la Proposition 3, les riches attribuent davantage de valeur que les pauvres aux effets informationnels. La localisation des points  $(\lambda, \alpha_p)$  au Sud-Ouest de la courbe d'isorente permettant d'assurer la stabilité de l'équilibre intégré s'explique aisément. Comme  $\theta^* > 1$ , la perturbation de l'équilibre intégré qui consiste à remplacer des pauvres par des riches dans le quartier 1 a deux conséquences contraires sur les effets de voisinage. D'un côté, comme  $\theta^* > 1$ , les effets de voisinage se dégradent. D'un autre côté, les effets de pair s'améliorent. Pour ce qui concerne le quartier 2, les effets inverses se produisent: amélioration des effets de voisinage et dégradation des effets de pair. Partons d'un point situé sur la courbe d'isorente et diminuons la valeur de  $\alpha_p$ , toutes choses égales par ailleurs. Dans un tel cas, les pauvres accordent moins de valeur à la perte d'effets informationnels dans le quartier 1. Ils seront alors prêts à payer davantage que les riches pour habiter le quartier 1. De manière symétrique, si on diminue  $\lambda$ , toutes choses égales par ailleurs, l'effet richesse qui assure que les riches sont disposés à payer plus que les pauvres pour bénéficier des effets de pair est réduit. Les pauvres sont alors plus enclins que les riches à payer pour habiter le quartier 1. Au total, pour les points  $(\lambda, \alpha_p)$  situés au Sud-Ouest de la courbe d'isorente et comme  $\alpha_r = 1 \geq \alpha_p$  nous avons deux équilibres

urbains stables: la ville intégrée et la ville ségréguée. Le graphique suivant représente le différentiel de rente  $\rho_1^r(\theta_1) - \rho_1^p(\theta_1)$  en fonction de  $\theta_1 \in [\frac{1}{3}, 1]$  pour le point particulier de coordonnées  $\lambda = 0.33$  et  $\alpha_p = 0.32$  situé au Sud-Ouest de la courbe d'isorente du Graphique 1.



Graphique 3: Multiplicité d'équilibres stables et instable quand  $\theta^* > 1$  et  $\alpha_r = 1 \geq \alpha_p$ .

Pour certaines valeurs des paramètres, les dispositions à payer des riches et des pauvres sont susceptibles de s'égaliser pour plusieurs compositions sociales  $\theta_1$ . Plus précisément, la ville intégrée, la ville mixte caractérisée par  $\theta_1 \simeq 0.56$  et la ville ségréguée obtenue quand  $\theta_1 = \frac{1}{3}$  vérifient les conditions d'équilibre.

En outre, on peut en déduire dans ce graphique la stabilité des villes ségréguée et intégrée. Imaginons la perturbation suivante pour chacun de ces équilibres: un nombre infinitésimal  $\varepsilon$  d'individus pauvres dans le quartier 1 est remplacé par le même nombre d'individus riches, ce qui revient à diminuer  $\theta_1$ . D'après la représentation graphique, nous constatons que les pauvres sont prêts à payer plus cher que les riches pour habiter le quartier 1, ceci vérifiant la condition de stabilité de la Définition 2. Un raisonnement similaire conclut à l'instabilité de la ville mixte.

Concernant le point (ii) de la Proposition 3, cette fois-ci, les pauvres attribuent davantage de valeur que les riches aux effets informationnels. La localisation des points  $(\alpha_r, \lambda)$  au Nord-Ouest de la courbe d'isorente permettant d'assurer la stabilité de l'équilibre intégré s'explique ainsi. Partons d'un point situé sur la courbe d'isorente et augmentons la valeur de  $\alpha_r$ , toutes choses égales par ailleurs. Dans un tel cas, les riches accordent davantage de valeur à la perte d'effets informationnels dans le quartier 1. Ils seront alors moins prêts que les pauvres à payer la rente foncière pour habiter

le quartier 1. Quant à la ville ségrégée, c'est un équilibre urbain pour l'ensemble des points  $(\lambda, \alpha_r)$  au Nord-Est de la courbe d'isorente en trait plein. Partons d'un point quelconque de cette courbe et augmentons  $\alpha_r$  toutes choses égales par ailleurs. Le bénéfice en termes d'effets informationnels qu'il y a à habiter le quartier 1 est alors davantage valorisé par les riches. Ils sont alors plus enclins que les pauvres à habiter le quartier 1. En revanche, il n'y a pas dans ce cas de valeurs de  $\lambda$  et  $\alpha_r$  telles que la ville ségrégée est un équilibre urbain stable et la ville intégrée est stable.

**Proposition 4** *Etant donné les valeurs des paramètres  $\frac{N(w_r)}{2L} = 0.25$ ,  $w_r = 1$ ,  $w_p = 0,39$ ,  $\gamma = 0.8$ ,  $a = 0.1$ , pour toute ville de 2 quartiers contenant  $2L$  logements, si  $\theta^* < 1$  alors:*

(i) *si  $1 = \alpha_r \geq \alpha_p$ , l'équilibre intégré n'est jamais stable;*

(ii) *si  $1 = \alpha_p > \alpha_r$ , il existe des valeurs de  $\lambda$  et  $\alpha_r$  telles que la ville intégrée et la ville ségrégée sont des équilibres urbains stables.*

### Démonstration

#### Point (i) de la Proposition 4.

(i) Nous savons de la Démonstration de la Proposition 2 que  $\frac{\partial \rho_1^z(\theta_1)}{\partial w_z} > 0$  quel que soit  $\theta_1 \neq 1$ .

(ii) La rente foncière dépend aussi de  $\alpha_z$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_1^z(\theta_1)}{\partial \alpha_z} &= -\frac{1}{\gamma} a \gamma \left( \frac{\partial \pi(z, 2)}{\partial \alpha_z} - \frac{\partial \pi(z, 1)}{\partial \alpha_z} \right) (\bar{p} - \underline{p})(w_r - w_p) \\ &\quad [ (w_z)^\gamma + a \gamma [ (\pi(z, 2) - \pi(z, 1)) ( (\bar{p} - \underline{p})(w_r - w_p) ) ] \\ &\quad - \lambda \left( \frac{2N_1(w_r)}{L} - \frac{N(w_r)}{L} \right) ] ]^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi(z, 2)}{\partial \alpha_z} - \frac{\partial \pi(z, 1)}{\partial \alpha_z} &= \frac{\bar{p}}{\bar{p} + (1 - \bar{p}) \theta_2} \left( 1 - \frac{\underline{p}}{\underline{p} + (1 - \underline{p}) \theta_2} \right) \\ &\quad - \frac{\bar{p}}{\bar{p} + (1 - \bar{p}) \theta_1} \left( 1 - \frac{\underline{p}}{\underline{p} + (1 - \underline{p}) \theta_1} \right) \end{aligned}$$

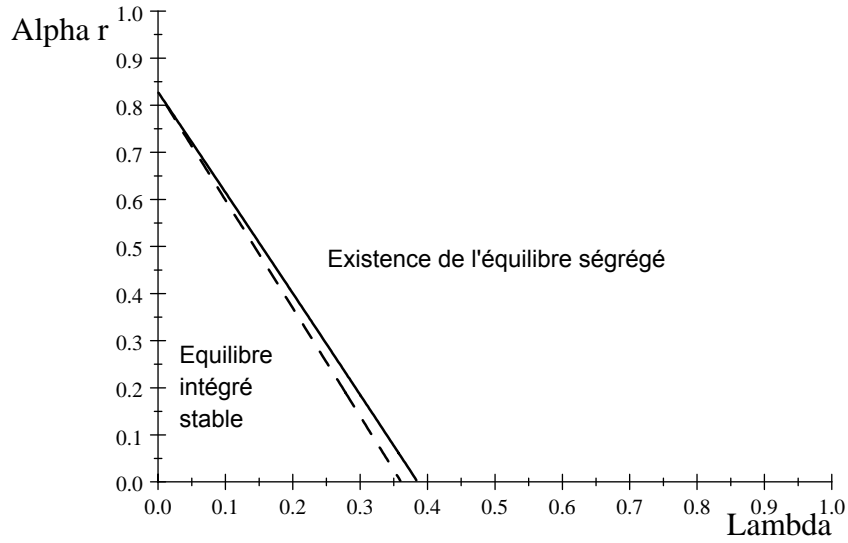
En  $\theta_1^\varepsilon = 1 - \varepsilon$ ,  $\theta_2^\varepsilon = 1 + \varepsilon$ , on en déduit que  $\frac{\partial \rho_1^z(\theta_1^\varepsilon)}{\partial \alpha_z} > 0$ .

(iii) De (i) et (ii), si  $\alpha_r \geq \alpha_p$  alors nous en déduisons que  $\rho_1^r(\theta_1^\varepsilon) > \rho_1^p(\theta_1^\varepsilon)$ . La ville intégrée est instable.

#### Point (ii) de la Proposition 4.

Comme dans la démonstration de la Proposition 3, on peut également tracer les courbes d'isorente quand  $\theta^* < 1$  et  $1 = \alpha_p > \alpha_r$ . En prenant  $\bar{p} = 0.38$ ,  $\underline{p} = 0.2$ , la courbe en pointillés correspond à la courbe d'isorente  $\rho_1^r(1 - \varepsilon) = \rho_1^p(1 - \varepsilon)$  et la courbe en trait plein est associée à

l'égalité  $\rho_1^r(\frac{1}{3}) = \rho_1^p(\frac{1}{3})$ .



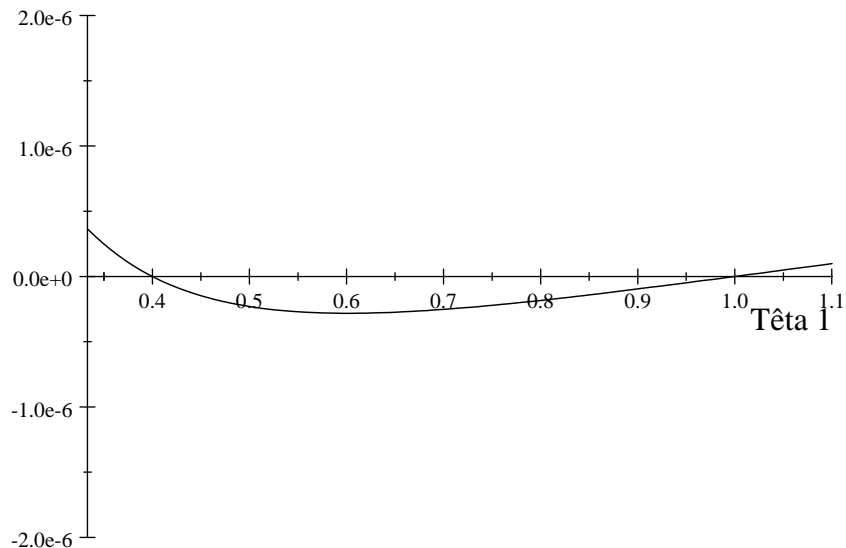
Graphique 4: Stabilité de l'équilibre intégré et existence de l'équilibre ségrégré quand  $\theta^* < 1$  et  $\alpha_p = 1 \geq \alpha_r$ .

■

La Proposition 4 envisage le cas où  $\theta^* < 1$ . Contrairement au cas où  $\theta^* > 1$ , la perturbation de l'équilibre intégré qui consiste à remplacer des pauvres par des riches dans le quartier 1 a deux conséquences similaires sur les effets de voisinage qui y sont produits. Les effets informationnels s'améliorent tout comme les effets de pair. Comme dans le point (i) nous envisageons que les riches valorisent plus que les pauvres les effets informationnels, il en ressort que les riches seront prêts à payer plus que les pauvres pour habiter ce quartier 1. La condition de stabilité n'est donc pas satisfaite.<sup>15</sup> Si en revanche  $\alpha_p = 1 \geq \alpha_r$ , il est possible d'avoir stabilité de l'équilibre intégré et existence de l'équilibre ségrégré. Un raisonnement similaire à celui développé plus haut nous permet de déduire que l'ensemble des points au Sud-Ouest de la courbe en pointillés vérifient la stabilité de l'équilibre intégré. De même, les points au Nord-Est de la courbe en trait plein sont tels que la ville ségrégréée existe. Une vision "à la loupe" de ce graphique pour des valeurs infinitésimales de  $\lambda$  nous permettrait de constater que ces courbes se croisent puisqu'en  $\lambda = 0$ , la courbe en pointillés, respectivement en trait plein, intersecte l'axe des ordonnées en  $\alpha_r = 0.82835$ , respectivement  $\alpha_r = 0.82791$ . Il y a donc des valeurs de  $\lambda$  et  $\alpha_r$  qui permettent à la fois l'existence de

<sup>15</sup>On peut également souligner que si  $\theta^* = 1$ , la condition de stabilité n'est jamais satisfaite par l'équilibre intégré car la perturbation dégrade les effets informationnels dans les deux quartiers du même montant de telle sorte que  $\frac{\partial \rho_1^r(\theta_1^*)}{\partial \alpha_z} = 0$  et que seul l'effet richesse reste actif.

l'équilibre ségrégé et la stabilité de l'équilibre intégré. On peut d'ailleurs représenter le différentiel de rente  $\rho_1^r(\theta_1) - \rho_1^p(\theta_1)$  en fonction de  $\theta_1 \in [\frac{1}{3}, 1]$  pour le point particulier de coordonnées  $\lambda = 0$  et  $\alpha_r = 0.828$  situé en-dessous de la courbe en pointillés et au-dessus de la courbe en trait plein. Nous constatons ainsi que trois équilibres existent et que les équilibres ségrégé et intégré sont stables.

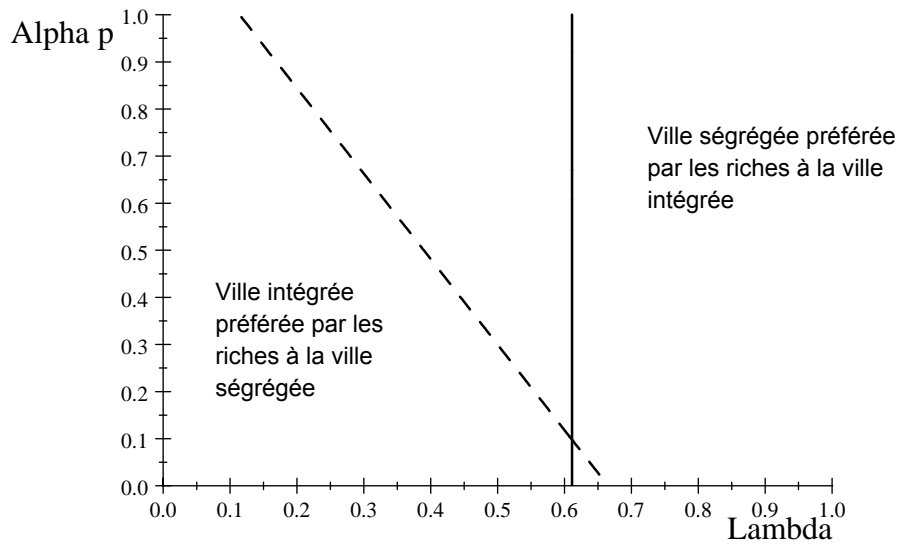


Graphique 5: Multiplicité d'équilibres stables et instable quand  $\theta^* < 1$  et  $\alpha_p = 1 \geq \alpha_r$ .

A ce stade, la question qui se pose est d'ordre normatif. Il s'agit de savoir si, parmi ces deux équilibres stables, l'un est préféré du point de vue social à l'autre. Nous allons examiner plus particulièrement le cas (i) de la Proposition 3 ( $\theta^* > 1$  en posant  $\bar{p} = 0.8$ ,  $\underline{p} = 0.35$  et  $\alpha_r = 1 \geq \alpha_p$ ).

**Proposition 5** *Pour les valeurs des paramètres  $\frac{N(w_r)}{2L} = 0.25$ ,  $\bar{p} = 0.8$ ,  $\underline{p} = 0.35$ ,  $w_r = 1$ ,  $w_p = 0,39$ ,  $\gamma = 0.8$ ,  $a = 0.1$ ,  $\alpha_r = 1$ , pour les couples  $(\lambda, \alpha_p)$  tels que les deux équilibres stables intégré et ségrégé coexistent, les riches, respectivement les pauvres, ne préfèrent pas toujours, respectivement préfèrent toujours, l'équilibre intégré à l'équilibre ségrégé.*

**Démonstration.** Ajoutons dans le Graphique 1, le lieu des points où les riches sont indifférents entre la ville intégrée et la ville ségrégée (courbe en trait plein). Pour les points à droite de cette courbe d'isoutilité  $\lambda > 0.61129$ , les riches préfèrent l'équilibre ségrégé à l'équilibre intégré.



Graphique 6: Multiplicité des équilibres et critère d'optimalité au sens de Pareto.

■

A l'Est de cette nouvelle courbe, l'utilité des riches est plus élevée dans la ville ségrégée que dans la ville intégrée. Il existe une valeur seuil de  $\lambda$  égale à 0.61129. Si  $\lambda > 0.61129$  les riches accordent aux effets de pair une valeur telle qu'ils préfèrent la ville qui leur procure les meilleurs effets de pair, soit la ville ségrégée. La courbe d'isoutilité passe dans la zone de coexistence des équilibres stables intégré et ségrégé. Il y a donc des couples  $(\lambda, \alpha_p)$  de la zone de coexistence pour lesquels les riches préfèrent la ville ségrégée. Il s'agit de points pour lesquels la valeur de  $\lambda$  est suffisamment élevée et pour lesquels la valeur de  $\alpha_p$  est faible et n'amène pas les riches à payer une rente élevée à l'équilibre ségrégé.

Quant aux individus pauvres, à l'équilibre ségrégé, ils sont indifférents entre payer une rente foncière pour habiter le quartier 1 avec des riches et résider dans le quartier 2 où les effets externes informationnels et de pair sont mauvais. On en déduit que les individus pauvres préfèrent strictement l'équilibre intégré où ils bénéficient de meilleurs effets externes locaux et ne paient pas de rente foncière.<sup>16</sup>

<sup>16</sup>Comme nous le fait remarquer un rapporteur, ce résultat serait moins évident si le choix d'éducation était continu. Il serait effectivement possible d'imaginer des situations où les pauvres à l'équilibre intégré réalisent un effort soutenu d'éducation et paient un coût d'éducation important. Ceci pourrait avoir pour conséquence que les pauvres préfèrent une ville ségrégée.



Il est donc impossible de classer ces deux équilibres selon le critère de l'optimum de Pareto. Pouvons-nous néanmoins trancher la question du classement de ces équilibres en adoptant un autre critère de choix social ?

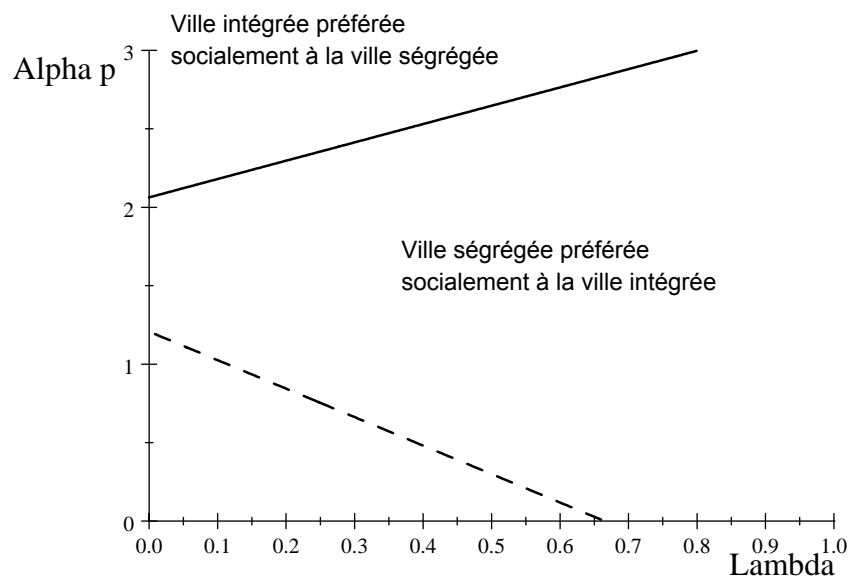
Si on considère la fonction d'utilité sociale benthamienne suivante

$$\mathcal{U} = \frac{N(w_r)}{2L}U^r + \frac{N - N(w_r)}{2L}U^p$$

on a la proposition suivante:

**Proposition 6** *Pour les valeurs des paramètres  $\frac{N(w_r)}{2L} = 0.25$ ,  $\bar{p} = 0.8$ ,  $\underline{p} = 0.35$ ,  $w_r = 1$ ,  $w_p = 0,39$ ,  $\gamma = 0.8$ ,  $a = 0.1$ ,  $\alpha_r = 1$ , pour les couples  $(\lambda, \alpha_p)$  tels que les deux équilibres stables intégré et ségrégé coexistent, l'utilité sociale est plus élevée à l'équilibre ségrégé qu'à l'équilibre intégré.*

**Démonstration.** Ajoutons au Graphique 1, la courbe en trait plein qui correspond aux couples  $(\lambda, \alpha_p)$  tels que l'utilité sociale est la même quel que soit l'équilibre urbain. Au Sud-Est de cette courbe, l'utilité sociale est plus grande dans la ville ségrégée que dans la ville intégrée.



Graphique 7: Classement des équilibres selon la fonction de bien-être social benthamienne.

■

Enfin, si on adopte un objectif social scolaire, à savoir, la maximisation du nombre d'enfants faisant un effort, soit

$$\sum_{j=1,2} \pi(r, j)N_j(w_r) + \pi(p, j)N_j(w_p)$$

on conclut à la supériorité de l'équilibre intégré dans le cas où  $\theta^* > 1$ . La part des enfants qui s'éduquent est plus élevée à l'équilibre intégré que dans les quartiers 1 et 2 de la ville ségréguée.

## 5 Conclusion:

Ce papier présente un modèle théorique qui nous permet d'aborder la question de la perpétuation des inégalités dans la ville. L'aspect nouveau de notre approche est d'envisager dans un même cadre théorique les effets de voisinage traditionnels et des effets informationnels.

Nous montrons que la prise en compte de l'influence du contexte social sur les aspirations des plus jeunes peut laisser apparaître deux types de villes à l'équilibre. Une ville intégrée dans laquelle les populations pauvres et riches bénéficient des mêmes effets externes locaux est susceptible d'émerger à l'équilibre. Une ville ségréguée est également possible où les effets externes ne sont pas de qualité uniforme selon le quartier d'habitation. Cette ville se caractérise par des inégalités persistantes puisque les chances de réussite sociale des enfants de pauvres sont moindres que celles des enfants de riches. Enfin, il n'est pas toujours vraie que la ville intégrée soit préférée socialement à la ville ségréguée.

Au total, notre modèle permet de représenter l'influence bénéfique de la mixité sociale sur les résultats scolaires. Contrecarrant le processus de ségrégation généré par les effets de voisinage traditionnels, la recherche d'un voisinage représentatif de la population totale engendre une multiplicité de villes stables. Rien ne justifie alors que l'on privilégie la ville ségréguée en tant qu'inéluctable aboutissement de l'organisation urbaine, c'est le message optimiste apporté par ce modèle.

## 6 Annexe:

**Démonstration de la formule 4.** Expression de  $\frac{N_j(e, w_r)}{N_j(e, w_r) + N_j(e, w_p)}$ .

En notant  $N(e, w_z)$  le nombre de parents  $z$  qui ont fait un effort  $e$ , la condition 2 nous permet d'écrire:

$$\frac{N_j(e, w_r)}{N_j(e, w_r) + N_j(e, w_p)} = \frac{N(e, w_r) \frac{N_j(e, w_r) + N_j(\bar{e}, w_r)}{N(w_r)}}{N(e, w_r) \frac{N_j(e, w_r) + N_j(\bar{e}, w_r)}{N(w_r)} + N(e, w_p) \frac{N_j(e, w_p) + N_j(\bar{e}, w_p)}{N(w_p)}}$$

Etant donnée la définition de  $\theta_j$ , nous avons donc:

$$\frac{N_j(e, w_r)}{N_j(e, w_r) + N_j(e, w_p)} = \frac{N(e, w_r)}{N(e, w_r) + N(e, w_p)\theta_j}$$

Soit  $\mu$  la proportion de parents qui ont réalisé l'effort  $e$ . D'où, comme les probabilités de devenir riche ou pauvre en ayant accompli l'effort  $e$  sont supposées être semblables pour les parents lorsqu'ils

étaient eux-mêmes enfants, on en déduit que  $N(e, w_r) = \mu p(e)N$  et  $N(e, w_p) = \mu(1 - p(e))N$  d'où:

$$\frac{N_j(e, w_r)}{N_j(e, w_r) + N_j(e, w_p)} = \frac{p(e)}{p(e) + (1 - p(e))\theta_j}$$

■

## 7 Références Bibliographiques:

Abdellaoui, M. [2000], “Parameter-Free Elicitation of Utility and Probability Weighting Functions”, *Management Science*, 46, p. 1497-1512.

Battaglini, M., R. Bénabou et J. Tirole [2005], “Self Control in Peer-Groups”, *Journal of Economic Theory*, 123, p. 105-134.

Becker, G. et K. Murphy [2003], *Social Economics: Market Behavior in a Social Environment*, Cambridge (Mass.), Harvard University Press.

Bénabou, R. [1993], “Workings of a City: Location, Education, and Production”, *Quarterly Journal of Economics*, 108, p. 619-652.

Bénabou, R. [1996a], “Heterogeneity, Stratification and Growth: Macroeconomic Implications of Community Structure and School Finance”, *American Economic Review*, 86, p. 584-609.

Bénabou, R. [1996b], “Equity and Efficiency in Human Capital Investment: The Local Connection”, *Review of Economic Studies*, 63, p. 237-264.

Betts, J. [1996] “What do Students Know about Wages? Evidence from a Survey of Undergraduates”, *Journal of Human Resources*, 31, p. 27-56.

Brooks-Gunn, J., G. Duncan, P. Klebanov, et N. Sealand [1993], “Do Neighborhoods Affect Child and Adolescent Development?”, *American Journal of Sociology*, 99, p. 353-395.

Brueckner, J.K. [2004], “Tastes, Skills and Local Public Goods”, *Journal of Urban Economics*, 35, p. 201-220.

Brueckner, J.K., J.F. Thisse et Y. Zénou [1999], “Why is Central Paris Rich and Downtown Detroit Poor? An Amenity-Based Theory”, *European Economic Review*, 43, p. 91-107.

Davidoff, Th. [2005], “Income Sorting: Measurement and Decomposition”, *Journal of Urban Economics*, 58, p. 289-303.

de Bartolome [1990], “Equilibrium and Inefficiency in a Community Model with Peer Effects”, *Journal of Political Economy*, 98, p. 110-133.

Durlauf, S. N. [1996], “A Theory of Persistent Income Inequality”, *Journal of Economic Growth*, 1, p. 75-93.

Durlauf, S. N. [2002], “The Memberships Theory of Inequality: The Role of Group Affiliations in Determining Socioeconomic Outcomes”, dans Danziger S. et Haveman R. (eds), *Understanding Poverty in America*, Cambridge (Mass.), Harvard University Press.

Durlauf, S. N. [2004], “Neighborhood Effects”, dans Henderson J.V. et Thisse J.-F. (eds), *Handbook of Urban and Regional Economics*, vol. 4 *Cities and Geography*, Amsterdam, North Holland.

Fernandez, R. et R. Rogerson [1996], “Income Distribution, Communities and the Quality of Public Education”, *Quarterly Journal of Economics*, 111, p. 135-165.

Fitoussi, J.-P., E. Laurent et J. Maurice [2003], “Ségrégation urbaine et intégration sociale”, Rapport du Conseil d’Analyse Economique, *La documentation française*, Paris.

Ginther, D., R. Haveman et B. Wolfe [2000], “Neighborhood Attributes as Determinants of Children’s Outcomes: How Robust are the Relationships?”, *Journal of Human Resources*, 35, p. 603-642.

Goux, D. et E. Maurin [2007], “Close Neighbours Matter: Neighborhood Effects on Early Performance at School”, *Economic Journal*, 117, p. 1193-1215.

Hardman, A. et Y. Ioannides [2004], “Neighbors’ Income Distribution: Economic Segregation and Mixing in US Urban Neighborhoods”, *Journal of Housing Economics*, 13, p. 368-382.

Heavner, D. et L. Lochner [2002], “Social Networks and the Aggregation of Individual Decisions”, NBER, document de travail n°8979.

Jones-Lee, M.W. [1992], “Paternalistic Altruism and the Value of Statistical Life ”, *Economic Journal*, 102, p. 80-90.

Kahneman, D. et A. Tversky [1992], “Advances in Prospect Theory: Cumulative representation of uncertainty”, *Journal of Risk and Uncertainty*, 5, p. 297-323.

Manski, C. [1993], “Identification of Endogenous Social Effects: The Reflection Problem”, *Review of Economic Studies*, 60, p. 531-542.

Maurin, E. [2004], “Le ghetto français. Enquête sur le séparatisme social”, *La république des idées*, Editions Seuil, Paris.

Miyao, T. [1978], “Dynamic Instability of a Mixed City in the Presence of Neighborhood Externalities”, *American Economic Review*, 68, p. 454-463.

Moffitt, R. [2001], “Policy Interventions, Low-Level Equilibria, and Social Interactions”, dans Durlauf S. et Young P.H. (eds), *Social Dynamics*, Cambridge (Mass.), MIT Press.

Nakhili, N. [2005], “L’impact du contexte scolaire dans l’élaboration des choix d’études supérieures des élèves de terminales”, *Education et Formations*, 72, p. 155-167.

Ortalo-Magné, F. et S. Rady [2008], “Heterogeneity within Communities: A Stochastic Model with Tenure Choice”, *Journal of Urban Economics*, 64, p. 1-17.

Overman, G.H. [2002], “Neighborhood Effects in Large and Small Neighborhoods”, *Urban Studies*, 39, p. 117-130.

Préteceille, E. [2003], “La division sociale de l’espace francilien. Typologie socioprofessionnelle 1999 et transformations de l’espace résidentiel 1990-1999”, Observatoire sociologique du changement, Fondation Nationale des Sciences Politiques,

[http://osc.sciences-po.fr/equipe/ctit\\_preteceille.htm](http://osc.sciences-po.fr/equipe/ctit_preteceille.htm).

Roemer, J. et R. Wets [1994], “Neighborhood Effects on Belief Formation and the Distribution

of Education and Income”, Mimeo, UC Davis.

Streufert, P. [2000], “The Effect of Underclass Social Isolation on Schooling Choice”, *Journal of Public Economic Theory*, 2, p. 461-482.

Thisse, J-F., Wasmer E. et Y. Zénou [2003], “Ségrégation urbaine et marché du logement”, *Revue Française d'Economie*, 4, p. 85-123

Wilson, W. J. [1987], *The Truly Disadvantaged: The Inner City, the Urban Underclass and Public Policy*, Chicago, University of Chicago Press.

Zénou, Y. [2004] “Les inégalités dans la ville”, dans Thisse J.-F., Maurel F., Perrot A., Pragnet J.-C., Puig, J.-P. (eds), *Villes et économie*, La Documentation Française, Paris.