Choix individuel dans l'incertain

Cours 3 et 4 Avril 2008

Plan

1. Introduction
2. Risque
3. Choix dans l’incertain
4. Valeur de l’information

Références

Notes de cours de I Gilboa :

http://www.tau.ac.il/~igilboa/pdf/Gilboa_Lecture_Notes.pdf

The History of Thought Website

http://cepa.newschool.edu/het/

Décision dans le risque et l'incertain: l'apport des modèles non-additifs, M. Cohen & J.M. Tallon, Revue d'Economie Politique, N°110(5), 2000, pp.631-681.

http://eurequa.univ-paris1.fr/membres/tallon/tallon.htm

1 Introduction

- La portée de ce domaine de recherche
- Précurseurs (Daniel Bernoulli (1738), Knight (*Risk, Uncertainty and Profit 1921), Keynes* (*A Treatise on Probability*, 1921), Ramsey (1926),
- Les fondateurs de Finetti (1937), von Neumann – Morgenstern (1944), Savage (1954)
- Les paradoxes et les modèles alternatifs Allais (1953), Ellsberg (1961), Kahneman – Tversky (1979) Gilboa – Schmeidler (1989)

Enjeux

- Qu'est ce que l'incertain?
- Comment représenter un problème de décision dans l'incertain?
- Quel comportement?
- Quelles croyances?

2 . Risque

- Le paradoxe de St Pétersbourg
- Modèle d’espérance d’utilité
- Caractérisation des comportements (Aversion au risque...)
- Applications
- Paradoxes et modèles alternatifs
- Question sur la rationalité

Le paradoxe de St Pétersbourg

- L'espérance de gain (Pascal)
- Le paradoxe : on lance une pièce jusqu'à obtenir pile. Si besoin de n tirages, alors le gain est de 2^n Euros. Combien doit-on payer pour jouer à ce jeu?
- Solution de D Bernoulli :
  - Espérance d'utilité avec utilité marginale décroissante

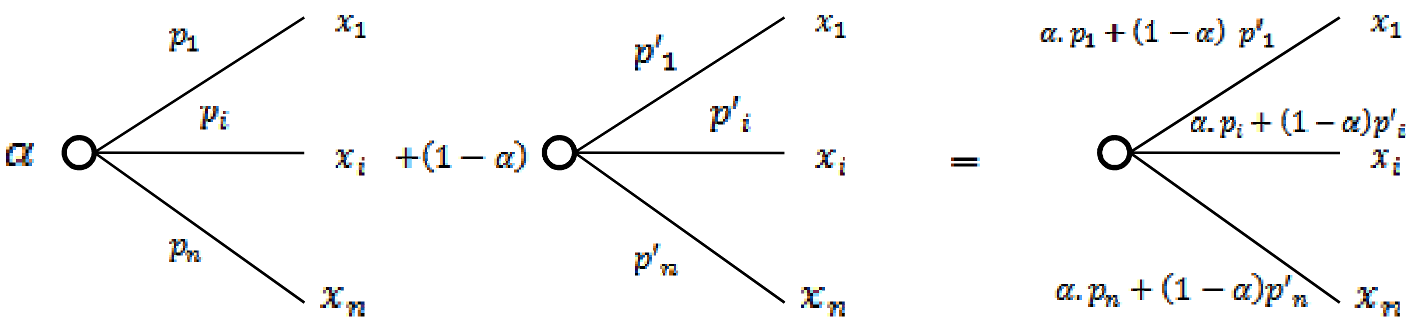
$$EU = \sum_n \frac{1}{2^n} \ln(2^n) < +\infty$$

  - Consentement à payer fini

$$\ln(x) = \sum_n \frac{1}{2^n} \ln(2^n)$$

Modèle d'espérance d'utilité (1)

- Définition des loteries
  - Ensemble fini de conséquences $X = \{x_1, \dots, x_n\}$
  - Distribution de probabilités $L = (p_1, \dots, p_n)$ avec $\sum_{i=1,\dots,n} p_i = 1$
  - Mixage des loteries $\alpha . l + (1 - \alpha) . l'$



Modèle d'espérance d'utilité (2)

- Axiomatique de von Neumann Morgenstern
  - Relation de préférence $\succsim$
  - Axiomes
  - ✓ A1 : Préordre partiel
  - ✓ A2 : Continuité
  - ✓ A3 : Indépendance
  - Théorème de représentation
  - Unicité

Exemple

EXERCICE 1 *Modèle d'utilité espérée*

1) Montrer qu'un agent qui préfère

- la loterie

$$A = \begin{cases} 1 \text{ chance sur } 2 \text{ de gagner } 100 \text{ E} \\ 1 \text{ chance sur } 2 \text{ de gagner } 0 \text{ E} \end{cases}$$

à la loterie $B = \{$ certitude de gagner 30 E

- la loterie

$$C = \begin{cases} 4 \text{ chances sur } 5 \text{ de gagner } 100 \text{ E} \\ 1 \text{ chance sur } 5 \text{ de gagner } 30 \text{ E} \end{cases}$$

à la loterie

$$D = \begin{cases} 9 \text{ chances sur } 10 \text{ de gagner } 100 \text{ E} \\ 1 \text{ chance sur } 10 \text{ de gagner } 0 \text{ E} \end{cases}$$

a des préférences qui ne sont pas représentables par le modèle d'utilité espérée.

Exemple

2) Si un agent est maximisateur d'une utilité espérée et s'il préfère

- la loterie

$$A' = \begin{cases} \text{1 chance sur 3 de gagner 100 E} \\ \text{2 chances sur 3 de gagner 0 E} \end{cases}$$

à la loterie

$$B' = \begin{cases} \text{2 chances sur 3 de gagner 100 E} \\ \text{1 chance sur 3 de perdre 100 E} \end{cases}$$

quelle est sa préférence entre la loterie

$$C' = \begin{cases} \text{1 chance sur 3 de gagner 1000 E} \\ \text{2 chances sur 3 de gagner 0 E} \end{cases}$$

et la loterie

$$D' = \begin{cases} \text{1 chance sur 3 de gagner 1000 E} \\ \text{1 chance sur 3 de gagner 100 E} \\ \text{1 chance sur 3 de perdre 100 E} \end{cases} \quad ?$$

Caractérisation des comportements

- Pour des gains monétaires

- Préfère plus : utilité croissante dans les gains

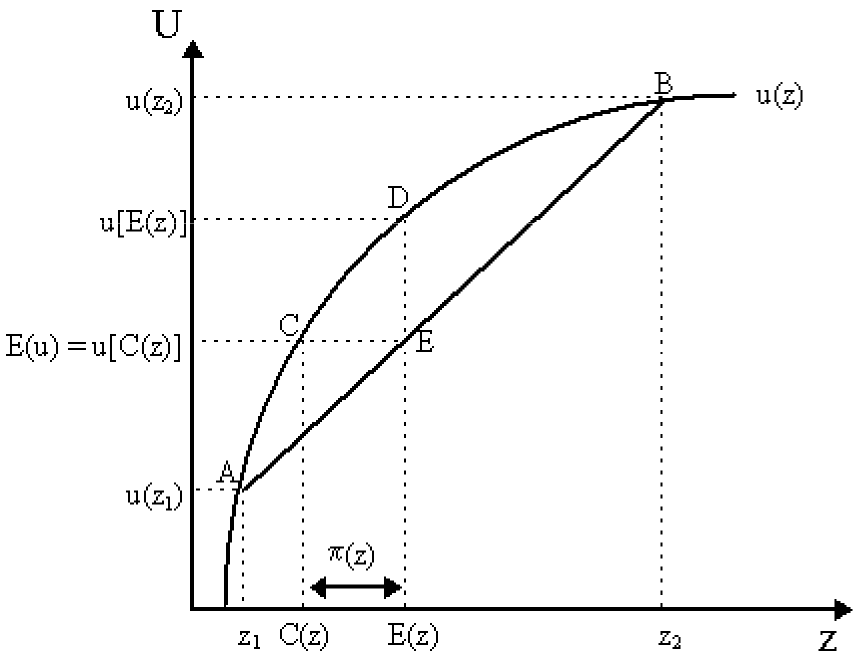
- Préfère la certitude de l'espérance de gain d'une loterie à la loterie

$$EG(l) \succsim l$$

  - Prime de risque

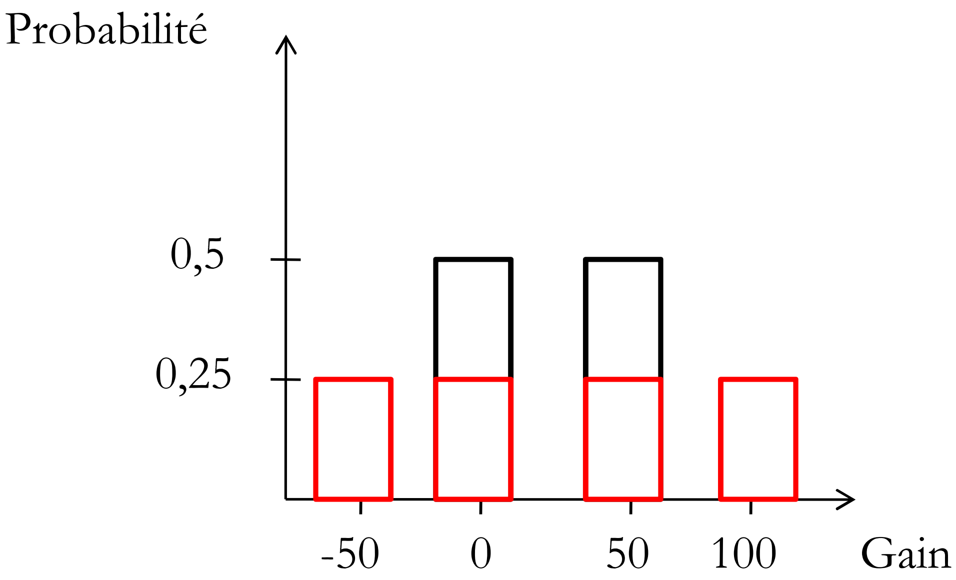
Caractérisation Aversion au risque

Aversion au risque équivalent à u concave



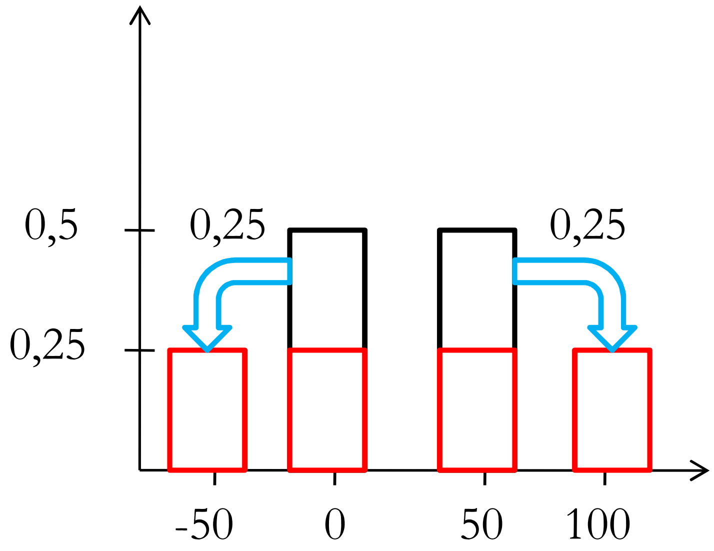
Dominance stochastique au 2nd ordre

Comparaison de deux loteries de même espérance de gain



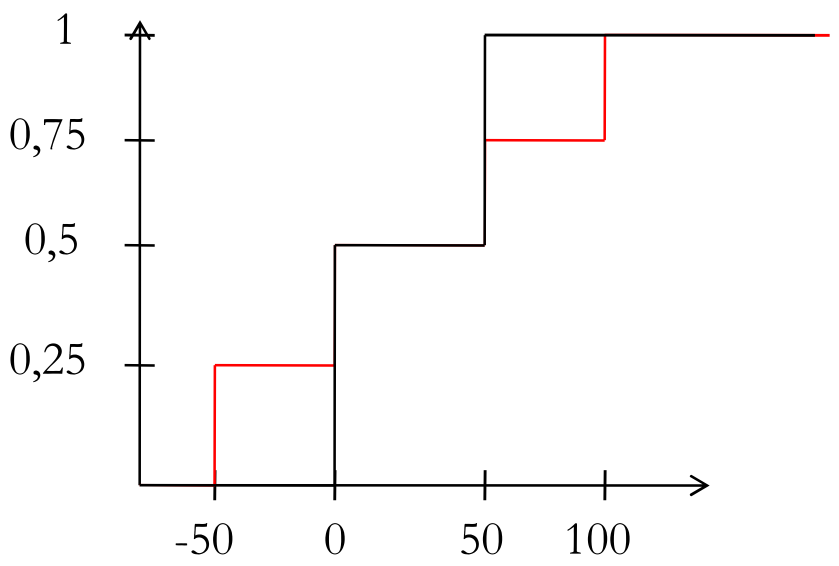
Dominance stochastique au 2nd ordre

Etalement de probabilités à moyenne constante
(Mean Preserving Spread)



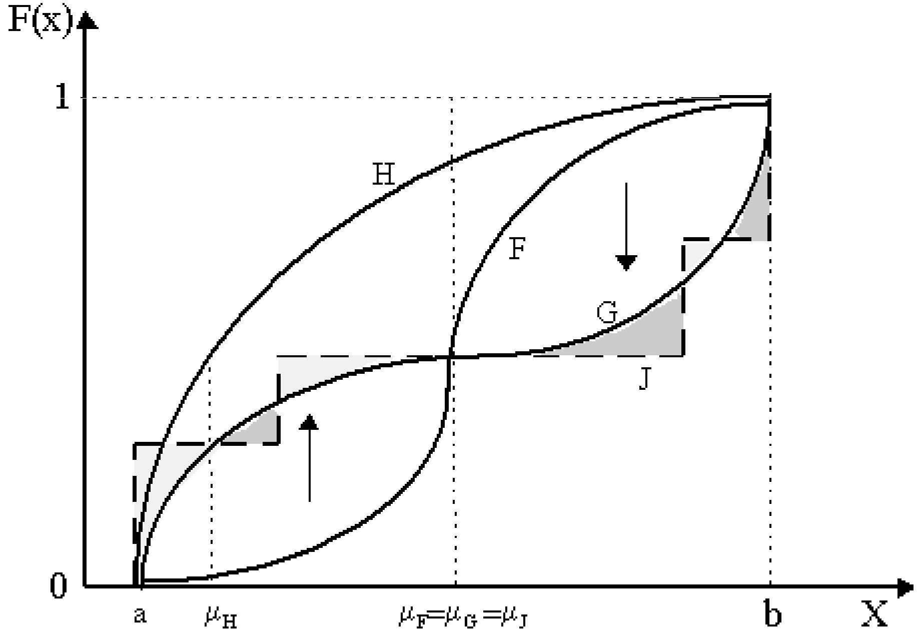
Dominance stochastique au 2nd ordre

En termes de fonction cumulative



Dominance stochastique au 2nd ordre

- Définition : la fonction cumulative F domine G au sens de la dominance stochastique seconde si $T(x) = \int_a^x [G(t) - F(t)]dt \geq 0$ pour tout $x \in [a, b]$.



Dominance stochastique au 2nd ordre

- Préférence pour la dominance stochastique seconde équivalent à la concavité de la fonction d'utilité

Mesure de l'aversion au risque (Arrow-Pratt)

- Comparaison entre agents : équivalence entre

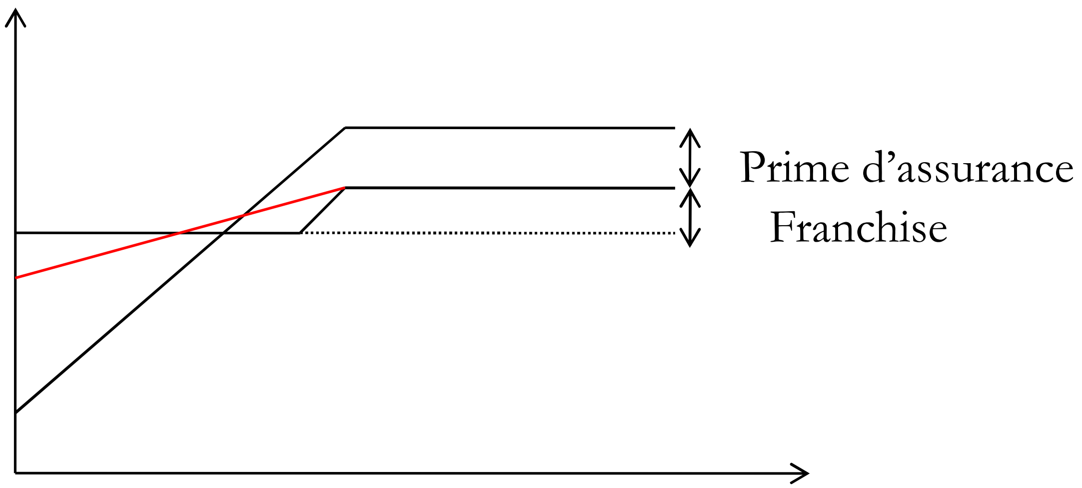
1) L'agent A paye des primes de risque plus élevées que l'agent B
2) La fonction d'utilité de l'agent A est une transformation concave de la fonction d'utilité de l'agent B
3) A a un coefficient d'aversion absolu au risque supérieur à celui de l'agent B
4) A a un coefficient d'aversion relatif au risque supérieur à celui de l'agent B

- Fonctions CARA : $u(x) = -e^{-ax}$
- Fonctions CRRA : $u(x) = x^{a}$

Applications

- Choix d'assurance

- Optimalité du contrat avec franchise



Applications

Preference Parameters and Behavioral Heterogeneity: An Experimental Approach in the Health and Retirement Study

STOR®

Robert B. Barsky; F. Thomas Juster; Miles S. Kimball; Matthew D. Shapiro

The Quarterly Journal of Economics, Vol. 112, No. 2, In Memory of Amos Tversky (1937-1996). (May, 1997), pp. 537-579.

> Suppose that you are the only income earner in the family, and you have a good job guaranteed to give you your current (family) income every year for life. You are given the opportunity to take a new and equally good job, with a 50–50 chance it will double your (family) income and a 50–50 chance that it will cut your (family) income by a third. Would you take the new job?

If the answer to the first question is "yes," the interviewer continues:

> Suppose the chances were 50–50 that it would double your (family) income, and 50–50 that it would cut it in half. Would you still take the new job?

If the answer to the first question is "no," the interviewer continues:

> Suppose the chances were 50–50 that it would double your (family) income and 50–50 that it would cut it by 20 percent. Would you then take the new job?

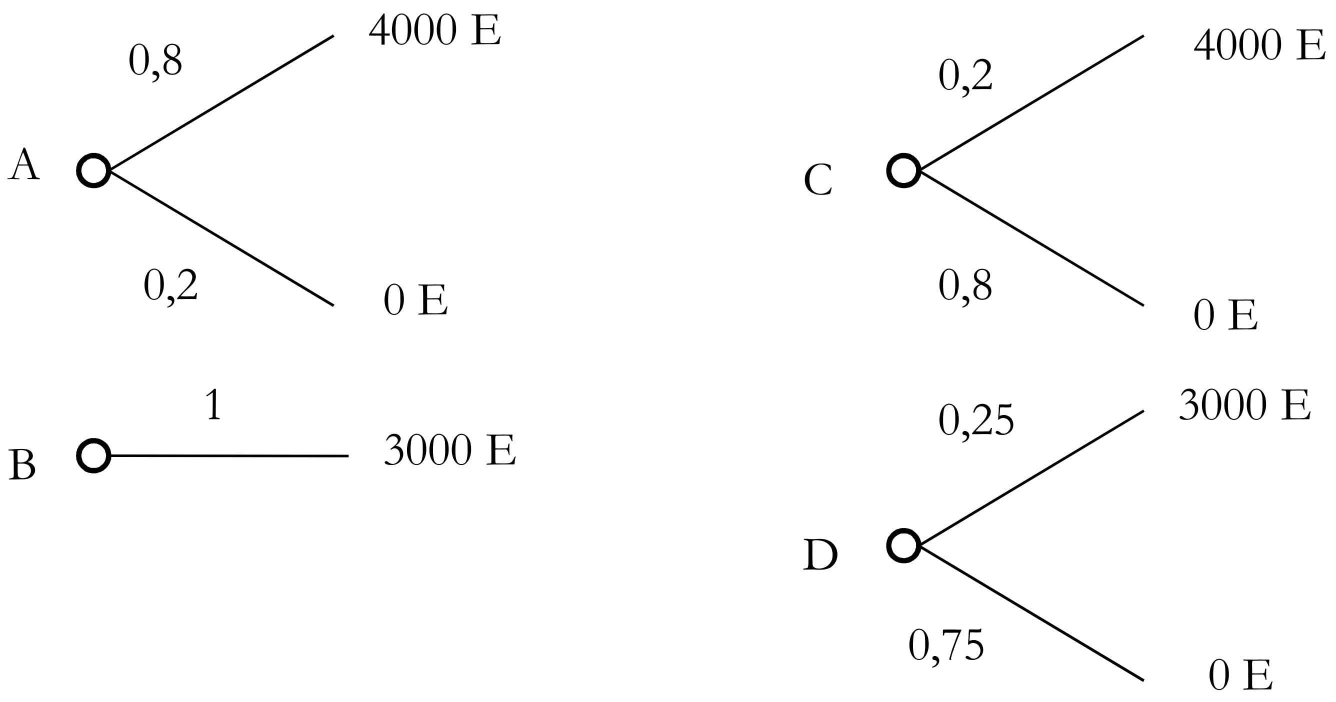
Barsky et alii (1997)

TABLE IV
RISK TOLERANCE BY BEHAVIORS

Behavior	Percent choosing response I	II	III	IV	Number of responses
Never smoked	66.3	11.2	10.9	11.4	4276
Quit smoking	63.9	11.9	11.2	12.9	4276
Smokes now	63.3	11.6	10.4	14.5	3155
Does not drink	68.0	9.4	10.2	12.1	4584
Drinks	62.4	12.9	11.3	13.2	7123
Zero drinks per day	68.0	9.4	10.2	12.1	4584
Between zero and one	63.2	12.9	11.5	12.2	5317
Between one and two	59.5	13.4	11.5	15.4	1187
Between two and five	61.9	11.7	9.0	17.2	441
More than five	57.3	12.3	10.1	20.2	178
Less than 12 years of education	65.7	8.9	10.8	14.4	3320
12 years	67.7	11.4	10.5	10.2	4130
13 to 16 years	61.9	13.4	11.2	13.3	3158
Over 16 years	57.6	14.6	11.7	15.9	1099
Self-employed	63.9	10.4	11.1	14.4	1374
Employee	66.0	12.0	10.5	11.3	6397
Not working	62.5	11.2	11.4	14.7	3936
Nonwesterner	65.5	11.2	10.7	12.4	9811
Westerner	59.8	13.1	11.9	14.9	1896
Nonimmigrant	65.0	11.9	10.8	12.2	10568
Immigrant	61.2	8.2	11.7	18.7	1139

Paradoxes

- Paradoxe de Allais (1953)
- « Common ratio effect » : choix entre A et B et entre C et D



Modèles alternatifs

- Introduction d'une fonction de distorsion de probabilités
- Modèle d'utilité dépendant du rang (RDU ou RDEU)

$$RDU(A) = f(0{,}8)U(4000) + \left(1 - f(0{,}8)\right)U(0)$$

$$RDU(B) = f(1)U(3000) = U(3000)$$

$$RDU(C) = f(0{,}2)U(4000) + \left(1 - f(0{,}2)\right)U(0)$$

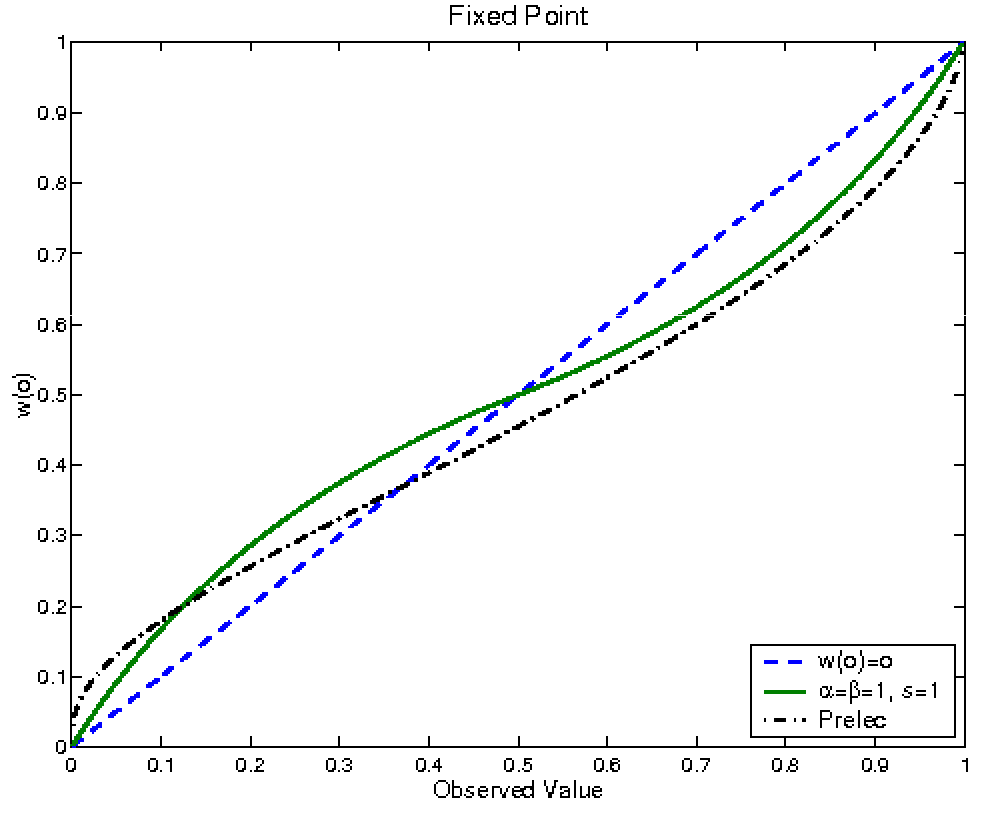
$$RDU(D) = f(0{,}25)U(3000) + \left(1 - f(0{,}25)\right)U(0)$$

Condition

$$\frac{f(0{,}2)}{f(0{,}25)} > \frac{f(0{,}8)}{f(1)}$$

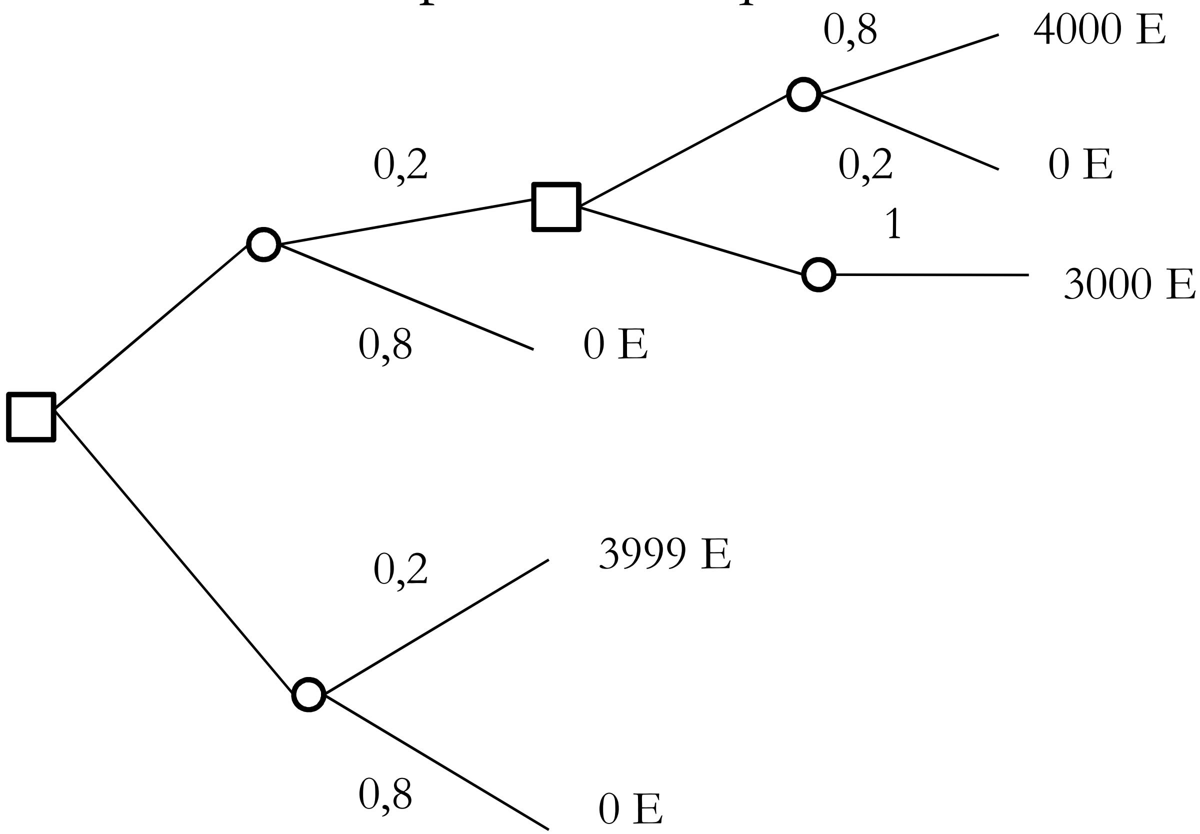
- Voir également « Cumultative Prospect Theory » (Kahneman - Tversky)

Fonction de distorsion de probabilités



Violation du modèle EU et rationalité

- Quel choix dans le problème séquentiel suivant



2 . Choix dans l’incertain

- Formalisation
- Modèle de d’espérance d’utilité avec probabilités subjectives
- Paradoxes et modèles alternatifs
- Applications (séminaire)
- Question sur la rationalité

Formalisation

- Comment représenter un problème de choix dans l'incertain?
  - Jouer au dé
  - Faire une omelette
  - Prendre son parapluie
  - Partir en vacances

- Définir les choix possibles, les événements possibles et les conséquences

Mettre des probabilités sur les événements?

- Equiprobabilité selon un principe d'indifférence?

- Approche de Finetti

Le problème de Linda

Linda is 31 years old, single, outspoken, and very bright. She majored in philosophy. As a student, she was deeply concerned with issues of discrimination and social justice, and she participated in antinuclear demonstrations.

Rank order the following eight descriptions in terms of the probability (likelihood) that they describe Linda:

a. Linda is a teacher in an elementary school.

b. Linda works in a bookstore and takes yoga classes.

c. Linda is active in a feminist movement.

d. Linda is a psychiatric social worker.

e. Linda is a member of the League of Women Voters.

f. Linda is a bank teller.

g. Linda is an insurance salesperson.

h. Linda is a bank teller who is active in a feminist movement.

Définition des actes

- Actes comme fonction de l’ensemble des états du monde dans l’espace des conséquences

- Séparation états du monde – conséquences

- Indépendance des états du monde par rapport aux actes

Paradoxe de Newcomb

La situation comporte un joueur et un devin capable de prévoir le choix du joueur. Deux boîtes A et B sont présentées au joueur. Ce dernier a le choix entre prendre le contenu de la boîte A et prendre le contenu des boîtes A et B. Au préalable, le devin a rempli les boîtes ainsi : la boîte B contient toujours 100 €, et le contenu de la boîte A est déterminé ainsi : si le devin a prédit que le joueur prendrait seulement la boîte A, elle contient 1000 €, mais elle ne contient rien si le devin a prédit que le joueur prendrait les deux boîtes. Le joueur garde le contenu des boîtes à la fin du jeu.

Lorsque le joueur choisit, il est conscient des règles du jeu, notamment des deux contenus possibles de la boîte A, le fait que ce contenu dépend de la prédiction du devin, et que le devin est infaillible. La seule information inconnue du joueur est la prédiction du devin et donc le contenu de la boîte A.

Paradoxe de Newcomb

	1000 E	Rien
A et B	1100 E	100 E
A	1000 E	0 E

Modèle de Savage

$$F = X^S = \{f | f : S \to X\}$$

P1 : $\succeq$ est un préordre total.

P2 : Soit 4 actes f, g, f', g' et un événement A. Suppose que

$$f(s) = f'(s) \quad g(s) = g(s') \quad s \in A$$

et

$$f(s) = g(s) \quad f'(s) = g(s') \quad s \notin A$$

alors, $f \succeq g \Leftrightarrow f' \succeq g'$.

Modèle de Savage

P3 : Pour tout f et tout événement non nul A et tout résultat $x, y : x \succeq y \Leftrightarrow x_A f \succeq y_A f$

où :

-A est nul ssi $f \sim_A g$ pour tout f, g, où $\sim_A$ est la préférence conditionnelle à A, i.e, si sait que f et g donnent le même résultat si A ne se produit pas, alors les considère comme équivalents.

- $x_A f$ signifie x sur A et f sur A^c.

P4 : Pour tout A, B, et tout x, y, w, z tels que $x \succ y$ et $z \succ w$,

$$x_A y \succeq x_B y \Leftrightarrow z_A w \succeq z_B w$$

Modèle de Savage

Théorème 1 $\succeq$ *satisfait P1 à P7 si et seulement si il existe une mesure (finitely additive e tnon atomique)* μ *sur* S *et une fonction non constante, bornée* $u : X \rightarrow \mathbb{R}$ *tels que, pour tout* f *et* g

$$f \succeq g \Leftrightarrow \int_S u(f(s))d\mu(s) \geq \int_S u(g(s))d\mu(s)$$

μ *est unique et* u *est définie à une fonction linéaire positive près.*

Paradoxe d'Ellsberg

Dans une urne, on place 90 boules, dont 30 sont rouges. Les boules restantes sont jaunes ou noires, leur distribution est inconnue.
Les personnes soumises au test parient :
Pari A : Qui tire une boule rouge gagne (par exemple 10 €), les boules jaunes et noires étant perdantes.
Pari B : Qui tire une boule jaune gagne, les boules rouges et noires étant perdantes.
Et puis on change les paris de telle manière que **dans les deux cas,** les boules noires soient désormais gagnantes :
Pari C : Qui tire une boule rouge **ou noire** gagne , les boules jaunes étant perdantes.
Pari D : Qui tire une boule jaune **ou noire** gagne , les boules rouges étant perdantes.

Paradoxe d'Ellsberg

- Paris sur A et D représentent une violation de P2
- Expériences répétés
- Interpréter comme une aversion à l'ambiguïté

Modèles alternatifs

- Introduction de mesures de croyance non probabiliste
- Espérance d'utilité à la Choquet (Schmeidler 1989)
- Modèle Maxmin EU (Multi Prior) par rapport à une famille de probabilités (Gilboa - Schmeidler 1989)

Modèle Maxmin EU

Théorème 3 $\succeq$ *satisfait les 6 axiomes ci dessus si et ssi il existe un ensemble fermé convexe de probabilités sur* S, $C \subset \Delta(S)$ *et une fonction* u *non constante, bornée, de* X *dans* $\mathbb{R}$ *tel que*

$$f \succeq g \Leftrightarrow \min_{p \in C} \int_S E_{f(s)} u dp \geq \min_{p \in C} \int_S E_{g(s)} u dp$$

Caractérisation de l'aversion à l'ambiguïté

- Article « Attitude toward imprecise information » (Hayashi, Gajdos, Tallon, Vergnaud) JET forthcoming

- Pour autres approches, voir références et discussion dans l'introduction

Information imprécise

- Préférences exprimées sur des actes associés à une famille de probabilités : (P,f)

- Ellsberg : urne à deux couleurs
- Parier sur Noir dans urne connue :

$(\{(.5,.5)\};f)$ avec f donne 1 dans l'état 1 et rien sinon

- Parier sur Noir dans l'urne inconnue :

$(\Delta(1,2);f)$

Information imprécise

- Préférences pour l'urne connue

$$(\{(.5,.5)\};f) \succeq (\Delta(1,2);f)$$

Information imprécise

- Question ouverte : d'où viennent ces familles de probabilités
  - Incertitude scientifique : experts en désaccord, hypothèses et modèles alternatifs
  - Base de données incomplète

Représentation des préférences

Theorem 2 *The preference relation $\succsim$ satisfies Axioms 1 to 5, 7 and 8 if and only if there exist a function $U : \mathcal{P} \times \mathcal{F} \to R$ which represents $\succsim$, a mixture-linear function $u : \Delta(X) \to R$ and a mapping $\varphi : \mathcal{P} \to \mathcal{P}$ such that*

$$U(P, f) = \min_{p \in \varphi(P)} \sum_{\omega \in \Omega} u(f(\omega))\, p(\omega).$$

Moreover, u is unique up to positive linear transformations and φ is unique, has the property

(Selection): $\varphi(P) \subset P$ for every $P \in \mathcal{P}$.

Theorem 6 *The preference relation $\succsim$ satisfies Axioms 1 to 5, 7, 8, and 12 to 14 if and only if we have the representation as in Theorem 1 with the additional property that for every $S \in \mathcal{S}$, and $P \in \mathcal{P}(S)$,*

$$\varphi(P) = (1 - \varepsilon)\{s(P)\} + \varepsilon\, P$$

with $\varepsilon \in [0, 1]$ that is unique.

Un axiome (parmi d'autres)

Axiom 8 *(Dominance) For every* $f, g \in \mathcal{F}$ *and* $P \in \mathcal{P}$,

$$(\{p\}, f) \succsim (\{p\}, g) \ \ \textit{for every } p \in P \quad \Longrightarrow \quad (P, f) \succsim (P, g).$$

Comparaison d'aversion à l'imprécision

Definition 1 *Let* $\succsim_a$ *and* $\succsim_b$ *be two preference relations defined on* $\mathcal{P} \times \mathcal{F}$. *Suppose there exist two prizes,* $\bar{x}$ *and* $\underline{x}$ *in* X *such that both* a *and* b *strictly prefer* $\bar{x}$ *to* $\underline{x}$. *We say that* $\succsim_b$ *is* more averse to bet imprecision than $\succsim_a$ *if for all* $E \in \mathcal{S}$, $P \in \mathcal{P}$, *and* $\{p\} \in \mathcal{P}$,

$$(\{p\}, \bar{x}_E \underline{x}) \succsim_a [\succ_a] (P, \bar{x}_E \underline{x}) \Rightarrow (\{p\}, \bar{x}_E \underline{x}) \succsim_b [\succ_b] (P, \bar{x}_E \underline{x})$$

Caractérisation

Theorem 4 *Let* $\succsim_a$ *and* $\succsim_b$ *be two preference relations defined on* $\mathcal{P} \times \mathcal{F}$ *satisfying Axioms 1 to 7, and Axiom 9. Then, the following assertions are equivalent:*

(i) $\succsim_b$ *is more averse to bet imprecision than* $\succsim_a$*,*

(ii) for all $P \in \mathcal{P}$, $\varphi_a(P) \subset \varphi_b(P)$.

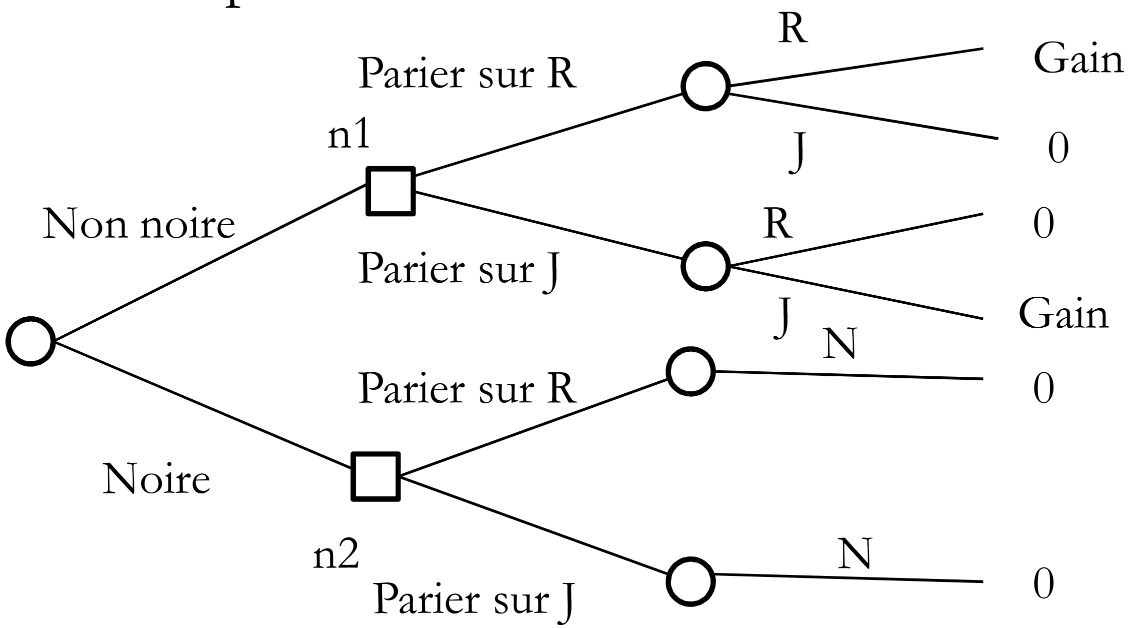
Violation du principe de la chose sure et rationalité

- Rappel du paradoxe: une urne avec 3 boules, 1 Rouge, les deux autres Noire ou Jaune

- Préfère parier sur Rouge plutôt que sur Jaune et Non Rouge plutôt que Non Jaune

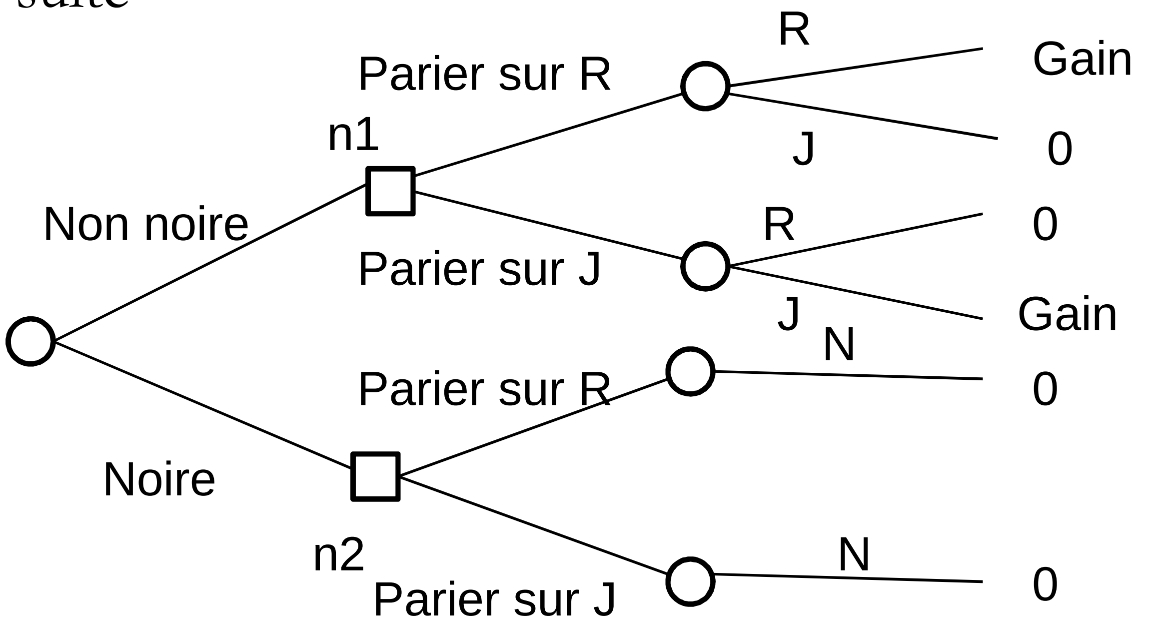
Choix séquentiel

- Avant de parier, on propose de tirer la boule et de donner une indication sur la couleur de la boule tirée « Elle est noire » ou « Elle n'est pas noire »



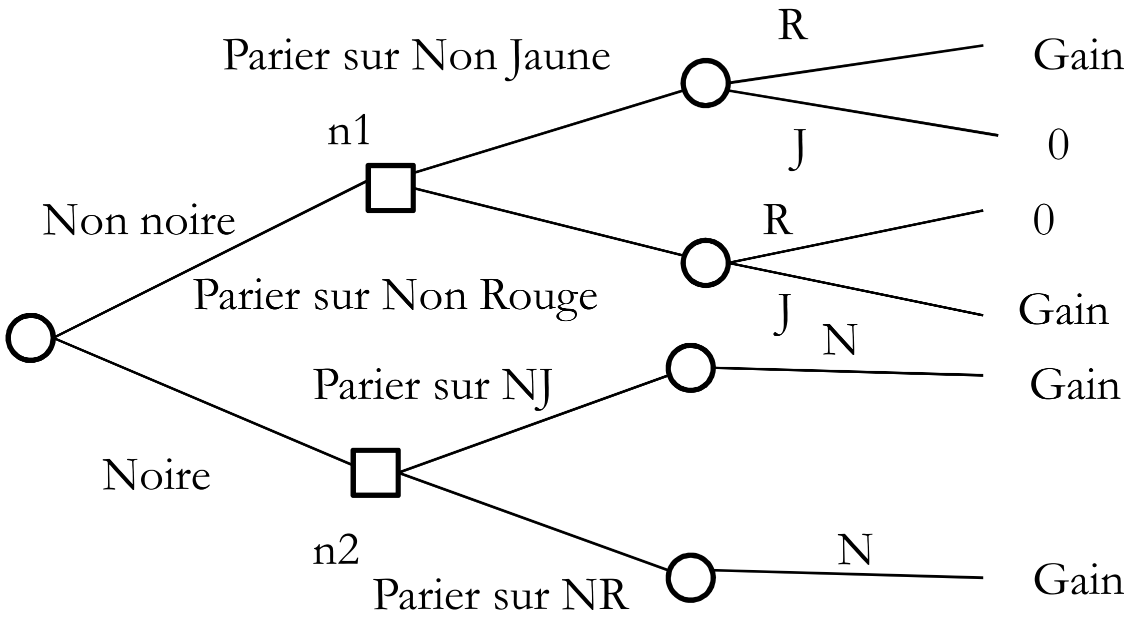
Choix séquentiel

- Quel choix en n1? Parier sur R?
- L'information n'apporte rien par rapport à parier sur rouge tout de suite



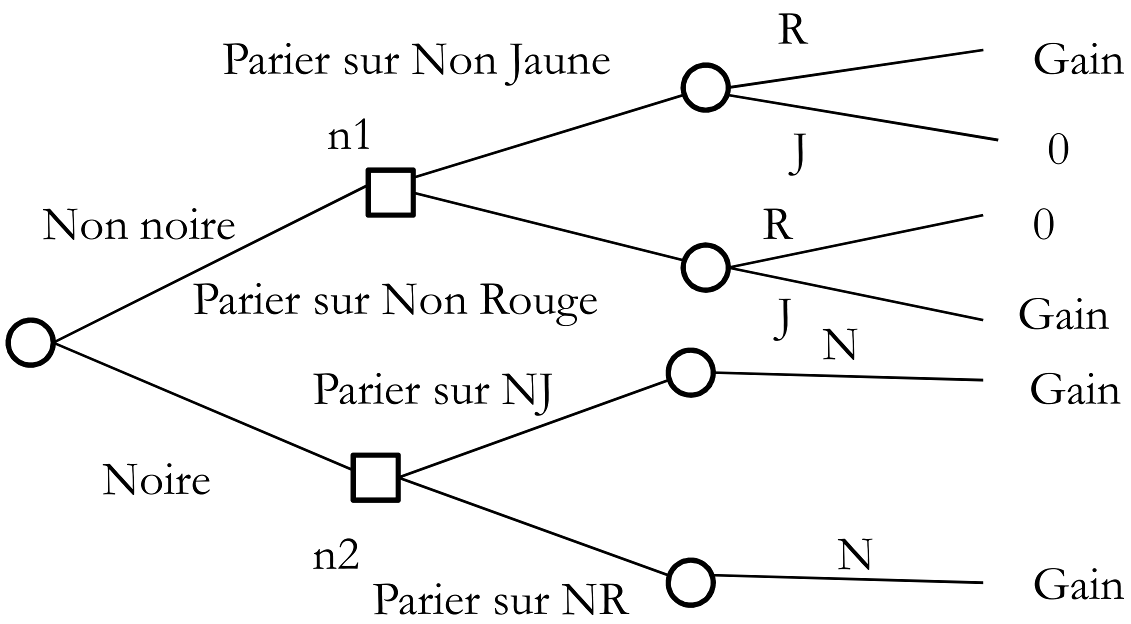
Choix séquentiel

- Quel choix en n1?



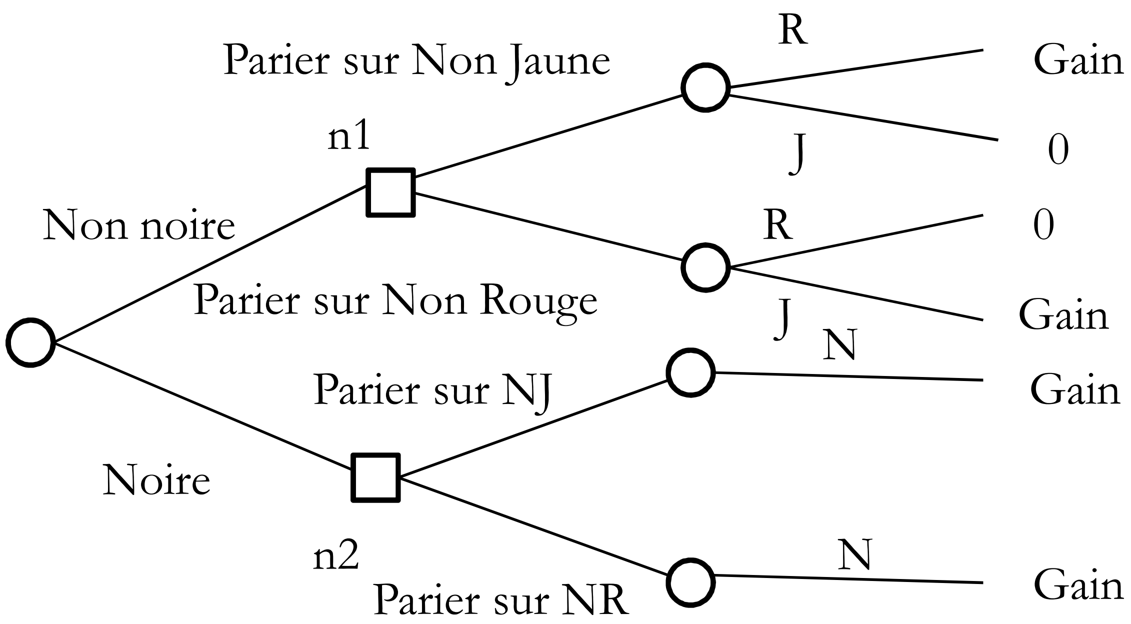
Choix séquentiel

- Quel choix en n1? « Conséquentialisme » revient à considérer que c'est le même problème que précedemment



Choix séquentiel

- Dans ce cas, avec info, cela revient à Parier sur Non Jaune alors que l'on préférait Parier sur Non Rouge : refuse l'information?



Recueil d'exercices sur la décision dans l'incertain

Exercice . On considère un choix de portefeuille. Le décideur peut investir dans un actif qui rapporte un montant $\bar{x}$ si l'état de la nature α se réalise et $\underline{x}$ si l'état de la nature β se réalise. Le prix de cet actif est noté p. On pose $\bar{x} > \underline{x}$. On suppose que la fonction d'utilité, définie sur les montants monétaires, est linéaire: $u(x) = x$.

1) On considère ici qu'il existe des données permettant d'estimer des fréquences précises d'occurence des deux états. On peut donc poser que la probabilité de l'état α est π (celle de β étant égal à $1 - \pi$). Dans ce cas, le décideur se comporte en maximisateur de l'espérance d'utilité. Quelle est l'utilité du décideur s'il achète une unité de l'actif au prix p? Quelle est son utilité s'il vend une unité de l'actif au prix p? En conclure qu'il existe un prix unique tel que le décideur ne veut détenir aucune position (courte ou longue) en actif [en d'autres termes la demande d'actif est égale à zéro à ce prix].

2) On suppose maintenant que le décideur est de type "Maxmin expérance d'utilité". Il a un ensemble de croyances tel qu'il considère possibles toutes les

valeurs de π comprises entre $\underline{\pi}$ et $\bar{\pi}$. Quelle est l'utilité du décideur s'il achète une unité de l'actif au prix p? Quelle est son utilité s'il vend une unité de l'actif au prix p? En conclure qu'il existe un intervalle de prix tel que, pour tout prix dans cet intervalle, le décideur ne veut détenir aucune position (courte ou longue) en actif

3) On considère maintenant un décideur dont les préférences sont représentées par une combinaison linéaire du minimum d'espérance d'utilité par rapport à un ensemble de probabilités et de l'espérance d'utilité par rapport à une probabilité de référence dans cet ensemble. Le coefficient de cette combinaison est le degré d'aversion à l'imprécision du décideur (plus il est adversaire de l'imprécision, plus le coefficient qu'il met sur le minimum d'espérance d'utililté est élevé).

On considère le même ensemble que dans la seconde question, à savoir l'intervalle $[\underline{\pi}, \bar{\pi}]$. La probabilité de référence est celle qui met un poids $(\underline{\pi}+\bar{\pi})/2$ sur l'état α (et donc $1-(\underline{\pi}+\bar{\pi})/2$ sur l'état β. Quelle est l'utilité du décideur s'il achète une unité de l'actif au prix p? Quelle est son utilité s'il vend une unité de l'actif au prix p? En conclure qu'il existe un intervalle de prix tel que, pour tout prix dans cet intervalle, le décideur ne veut détenir aucune position (courte ou longue) en actif. Comment évolue les bornes de cet intervalle en fonction du coefficient d'aversion pour l'imprécision?

Exercice Vous faites face à un risque individuel dont la probabilité d'occurence est mal connue. Les experts s'accordent pour dire que celle-ci est comprise entre $1/10$ et $3/10$ avec un scénario de référence à $1/5$.

On suppose que la loi des grands nombres est valable, à savoir que la mutuelle à laquelle vous appartenez rassemble un grand nombre de personnes de caractéristiques identiques: si la probabilité de sinistre est en fait p, alors la proportion de personnes touchées par le sinistre est égale à p.

Vous avez une dotation de 10 en $t = 0$. En $t = 1$, en cas de sinistre vous avez 5 alors qu'en l'absence de sinistre vous avez 10.

Votre mutuelle vous propose un contrat du type suivant:

- payer un prix x en $t = 0$ pour une assurance totale et actuariellement équitable (i.e., recevoir 5 en plus dans l'état du monde où vous subissez le dommage).

- si la mutuelle ne peut honorer ses promesses en $t = 1$, alors elle procède à un rappel de cotisations, et tous les mutualistes doivent verser un montant y, qui correspond à la différence entre la proportion de personnes effectivement touchées par le risque ($p^\star$) et la probabilité p sur laquelle était basée le calcul de la prime "actuarielle" initiale. On a donc $x = 5p$ et $y = 5p^\star - x$. Si $p^\star > p$ il s'agit d'un rappel de cotisation, si $p^\star < p$, la mutuelle rembourse ses assurés.

1) Ecrire l'espérance d'utilité lorsque le prix du contrat est $x = 5p$ et la vraie probabilité est connue, égale à $p^\star$.

Vous êtes adversaire de l'incertitude et votre critère de décision est donné par:

$$\max u(c_0) + \alpha \min_{p \in [\underline{p}, \overline{p}]} E_p u(c_1) + (1-\alpha) E_{\widetilde{p}} u(c_1)$$

où c_0 est la consommation en $t = 0$, c_1 la consommation (aléatoire) à la date $t = 1$, u est votre fonction d'utilité concave, $[\underline{p}, \overline{p}]$ est l'intervalle de probabilité auquel la "vraie probabilité" appartient, $\widetilde{p} = 1/5$ est la probabilité de référence et α est un indice de pessimisme, compris entre 0 et 1.

2) Définir une utilité indirecte (en fonction de x) d'un contrat du type de celui décrit (sachant que maintenant $p^\star$ est inconnue et appartient à $[1/10, 3/10]$).

3) Ecrire les conditions de premier ordre de la maximisation de l'utilité indirecte par rapport au prix x. Résoudre dans le cas $\alpha = 0$, puis dans le cas $\alpha = 1$. Commenter.