Chapitre 4: Cycles réels

I. Modèle de l’oscillateur
II. Modèle Real Business Cycles (RBC)

Introduction

Le cycle est l’alternance de récessions et d’expansions. Les premières sont courtes et profondes; les secondes sont longues et douces. Toutefois, cette régularité laisse de la place à certaines différences entre les épisodes.

Table 1: Récessions aux Etats-Unis depuis la seconde guerre mondiale

Date des pics	nbr. de trimestres jusqu’à reprise	variation
1948:4	4	-1.1%
1953:2	4	-2.2%
1957:3	2	-3.3%
1960:1	3	-0.8%
1969:3	3	-0.9%
1973:4	5	-4.1%
1980:1	1	-2.6%
1981:3	4	-2.8%
1990:2	3	-1.6%

Introduction

Les cycles apparaissent assez similaires avant et après la seconde guerre mondiale, malgré des économies très dissemblables…

Crise des années 30; exceptionnelle. Baisse de 30% de la production

Crise actuelle: de nature exceptionnelle car les récessions sont rarement une baisse en niveau de la production

I. L'oscillateur : un modèle IS/LM cyclique

Présentation du modèle

- Dans la lignée du modèle IS/LM: l'oscillateur de Samuelson (1954)
- Forme réduite sans fondements microéconomiques, ie. Sans comportements optimisateurs explicites.
- Le modèle est dynamique en raison d'un comportement d'investissement de type accélérateur

$$\begin{aligned}
C_t &= cY_{t-1} \\
I_t &= v\Delta^a C \\
\Delta^a C &= C_t - C_{t-1} \\
G_t &= G \\
Y_t &= C_t + I_t + G_t
\end{aligned}$$

Résolution du modèle

La production est solution de l'équation de recurrence d'ordre 2 suivante:

$$Y_t - c(1+v)Y_{t-1} + cvY_{t-2} = G$$

La solution générale est la somme de la solution particulière de la forme $Y_t = Y_{t-1} = Y_{t-2} = Y$ et des solutions de l'équation homogène associée $Y_t - c(1+v)Y_{t-1} + cvY_{t-2} = 0$ La solution particulière stationnaire est:

$$Y = \frac{G}{1-c}$$

Les solutions de l'équation homogène associée sont: $\alpha_1\lambda_1^t + \alpha_2\lambda_2^t$, où λ_1 et λ_2 sont les racines du polynome d'ordre 2

$$\lambda^2 - c(1+v)\lambda + vc = 0$$

Stabilité et évolution

Finalement la solution générale est: $Y_t = \alpha_1\lambda_1^t + \alpha_2\lambda_2^t + Y$

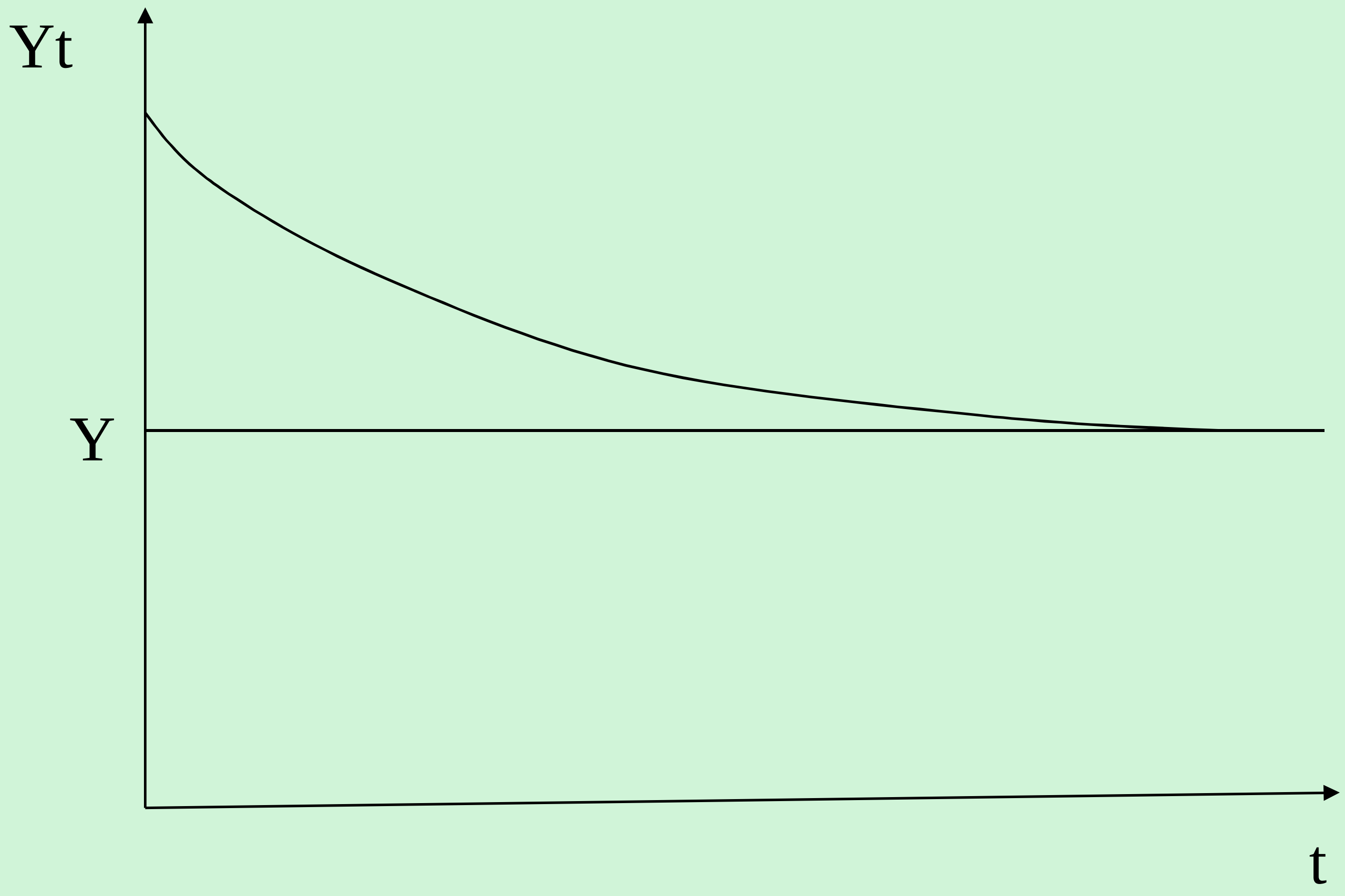
La dynamique de la production est oscillatoire (cyclique) si le discriminant du polynome est négatif, ie. $c^2(1+v)^2 - 4cv < 0$ (racines complexes conjuguées).

La dynamique de la production est monotone si le discriminant est non negatif, ie $c^2(1+v)^2 - 4cv \geq 0$ (racines réelles).

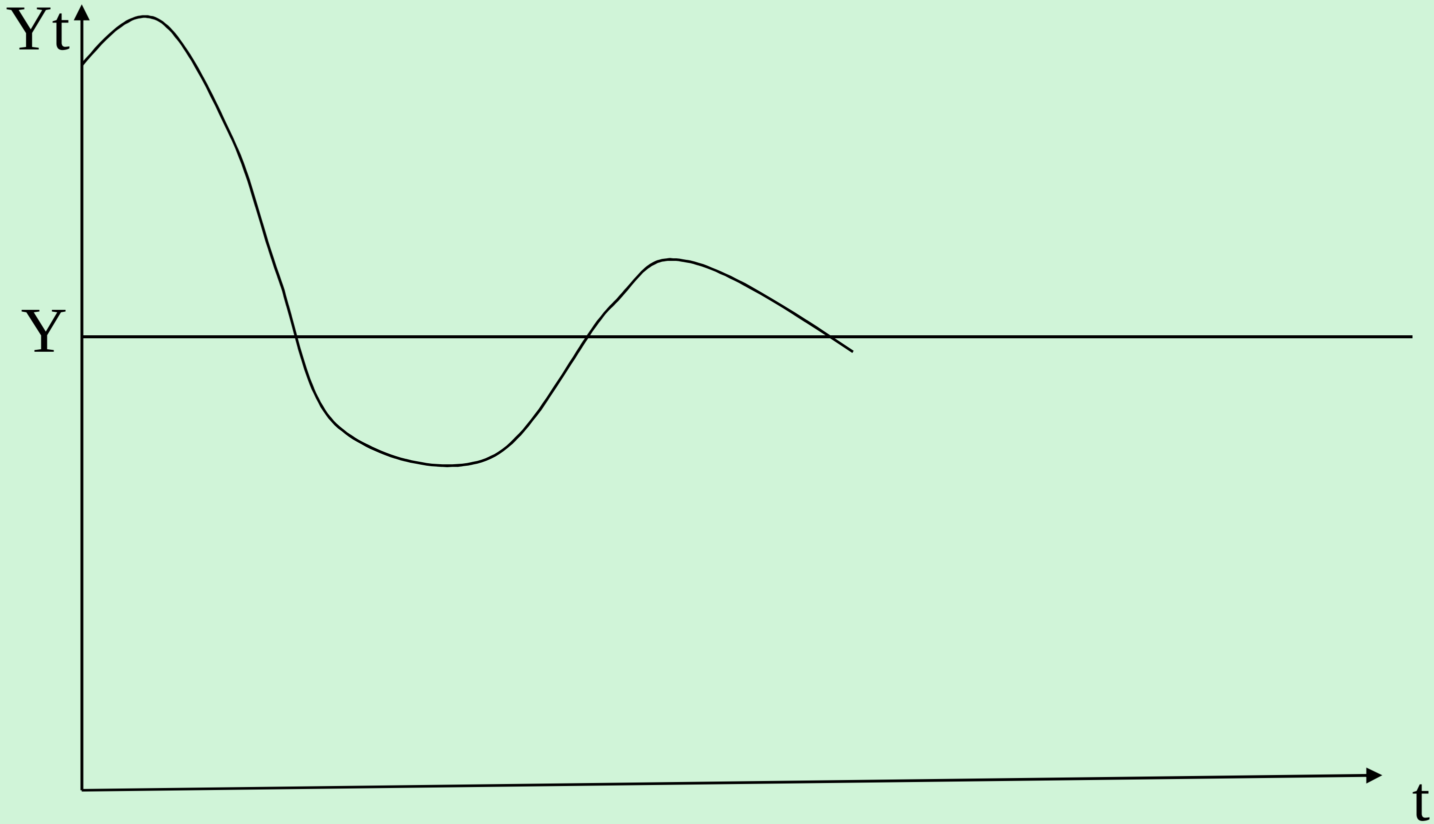
Y_t converge vers la solution stationnaire Y si $\alpha_1\lambda_1^t + \alpha_2\lambda_2^t$ converge vers 0. Ceci est vérifié dans le cas où λ_1 et λ_2 sont inférieurs à 1 en valeur absolue (quels que soient α_1 et α_2) (stabilité globale).

En revanche, si une racine est supérieure à 1 ($|\lambda_2| > 1$), alors $Y_t \to Y$ uniquement si $\alpha_2 = 0$, ce qui implique des conditions initiales particulières Y_0 and Y_1. Il existe une seule trajectoire convergente (passant par Y_0 and Y_1) (stabilité locale).

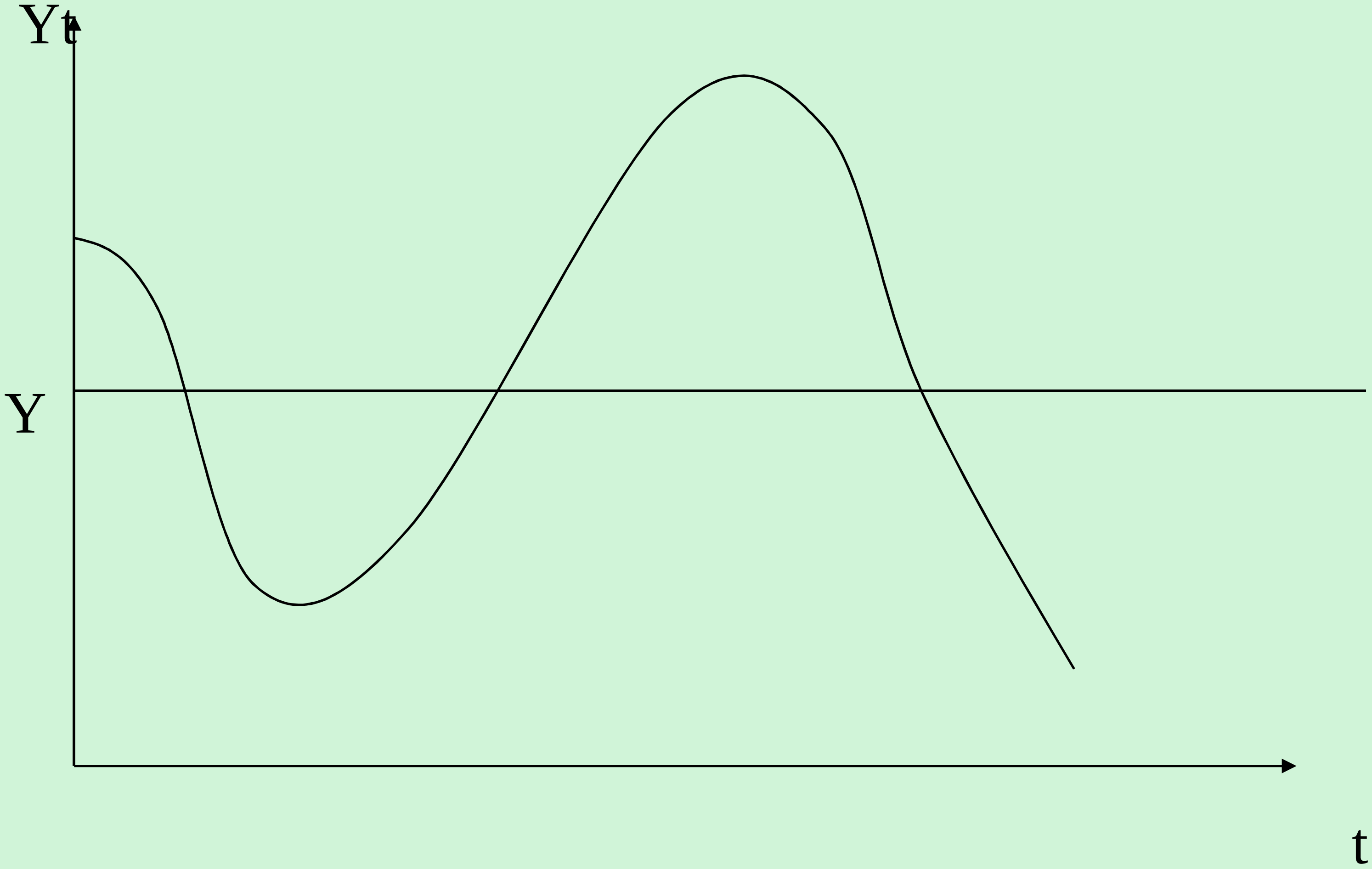
Dynamique monotone et stable



Dynamique stable et cyclique

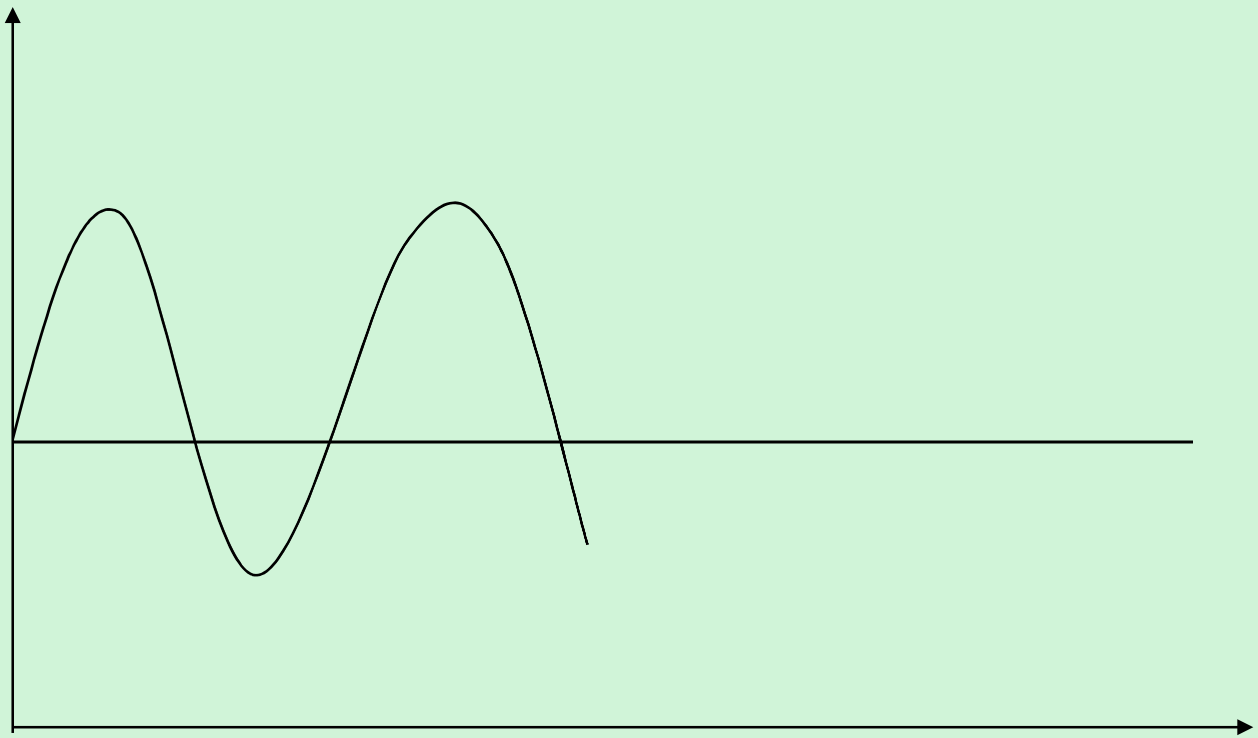


Dynamique instable et cyclique



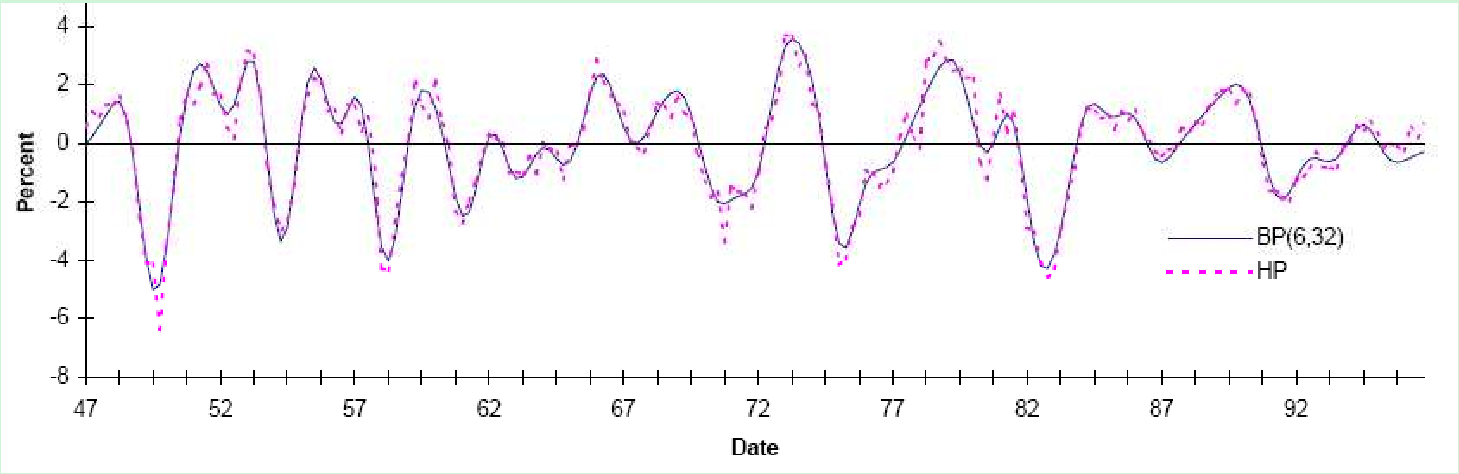
Condition sur le fil du rasoir pour un cycle auto-entretenu

- Les cycles perdurent uniquement si la dynamique est oscillatoire et possède une racine unitaire (cycles auto-entretenus): cela correspond à des valeurs très particulières pour c et v. Aucune raison d'être vérifiée.



Cycles déterministes : Trop parfaits pour être réaliste

- En outre, les cycles observés ne présentent pas la régularité des cycles déterministes auto-entretenus: pas de périodicité et d'amplitude constantes



- En définitive, le cadre déteministe ne permet pas de reproduire les fluctuations observées, en dépit de leur profonde cohérence interne. Ce constat peut être élargi à des prolongements plus récents de l'approche des cycles endogènes (J.M. Grandmont (1985), Econometrica)

Approche impulsion-propagation

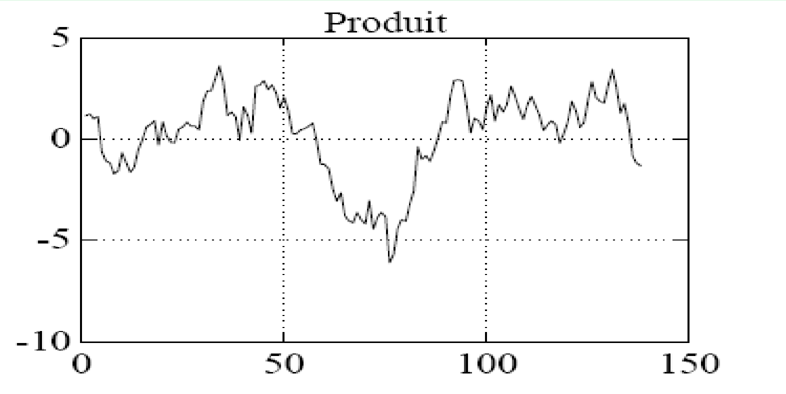
- C’est pourquoi les macroéconomistes introduisent des évènement aléatoires dans leur théorie (impulsion-propagation). Dans les années 30, déjà, Slutsky et Frisch montraient l’intérêt de considérer des équations stochastiques du type: $X_t - AX_{t-1} + BX_{t-2} = \epsilon_t$
- Le membre de droite=l’impulsion ou le choc; le membre de gauche: propagation dans le temps du choc. Les chocs sont supposés suivre une distribution normale de moyenne 0 sans persistance

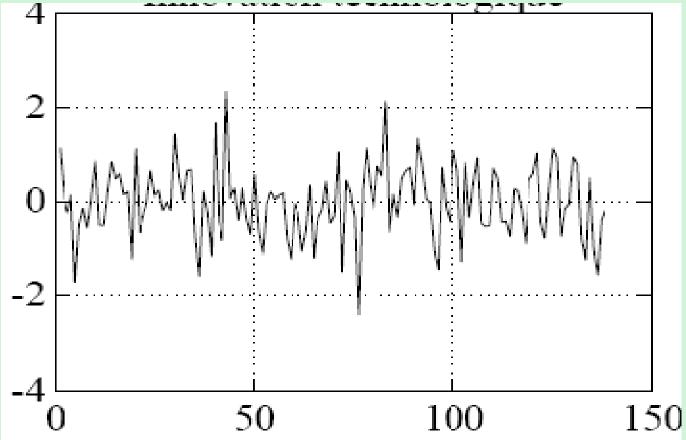
Le modèle de l’oscillateur peut être réécrit en considérant un choc aléatoire ϵ_t sur l’investissement:

$$Y_t - c(1+v)Y_{t-1} + cvY_{t-2} = G + \epsilon_t$$

Effet Slutsky

- A chaque période, il y a une réalisation du choc d'investissement. La dynamique de la production est alors une combinaison du choc et de sa propagation dans le temps et dans l'espace du système économique. C'est pourquoi la dynamique des variables endogènes (lisse) n'a aucune raison d'être identique à celle du choc (erratique)
- La dynamique engendré « ressemble » aux cycles observés.





II. La théorie des cycles réels (Real Business Cycles RBC)

Présentation générale

- F. Kydland and E. Prescott, 1982, Econometrica, prix Nobel en 2005.
- Dans la lignée de Lucas et de sa critique au Keynésianisme: construire un modèle avec des fondements micro basés sur des comportements rationnels, y compris les anticipations
- Apport spécifique: partir des choix intertemporels dans un cadre stochastique (impulsion-propagation)
- Cette approche met fin à la schizophrénie du macroéconomiste de la synthèse néoclassique qui construisait des modèles d'optimisation pour la croissance et utilisait des formes réduites pour l'étude du cycle

Présentation générale

- Prendre le contre-pied total de la macro traditionnelle: considérer le modèle walrasien jusqu'alors référence théorique qui ne donne aucun rôle à la politique macroéconomique
- Les fluctuations dérivent de la réponse optimale des agents à des chocs réels, typiquement des chocs de productivité: modèle de croissance stochastique dans la lignée de Solow (1956), Cass (1965) et Brock-Mirman (1972)).
- Il s'agit d'un projet appliqué, au sens où l'objectif est de proposer une explication satisfaisante des cycles observés, et pas simplement une explication théorique « élégante ».
- Au regard de cet objectif, l'approche RBC s'appuie sur une quantification empirique de ces propositions.

Présentation générale

- Il est important de distinguer la méthode (choix intertemporels) du message (fluctuations optimales): la première est devenue dominante en macroéconomie, le second a été remise en cause (d'une certaine façon la méthode « scientifique » basée sur la quantification permettait la réfutation de la théorie originelle)
- Chocs monétaires, de demande plus généralement, ont été mis en avant depuis plus de 15 ans dans l'explication du cycle, souvent dans des modèles d'équilibre général stochastique (on est passé des RBC aux DSGE…) avec de la « sous-optimalité», et donc potentiellement un rôle pour la politique de stabilisation macro

Présentation générale

- Etudier le modèle RBC canonique : King, Plosser et Rebelo (1988), Journal of Monetary Economics, **King et Rebelo (1999), Handbook of macroeconomics**.
- Intérêt: le plus simple à présenter, permet de comprendre la démarche, constitue le cœur des modèles plus complexes
- Inconvénient : message simpliste, dépassé depuis

Les faits stylisés

- Quels sont les faits à expliquer? Faits stylisés que tout modèle se doit de reproduire
- Explication d’un cycle-type (on ne cherche pas à confronter le modèle à un épisode historique particulier) caractérisé par une volatilité différente des séries macro (écarts-type relatifs), une certaine co-variation de ces séries (corrélation), ainsi qu’une certaine persistance (auto-corrélation)

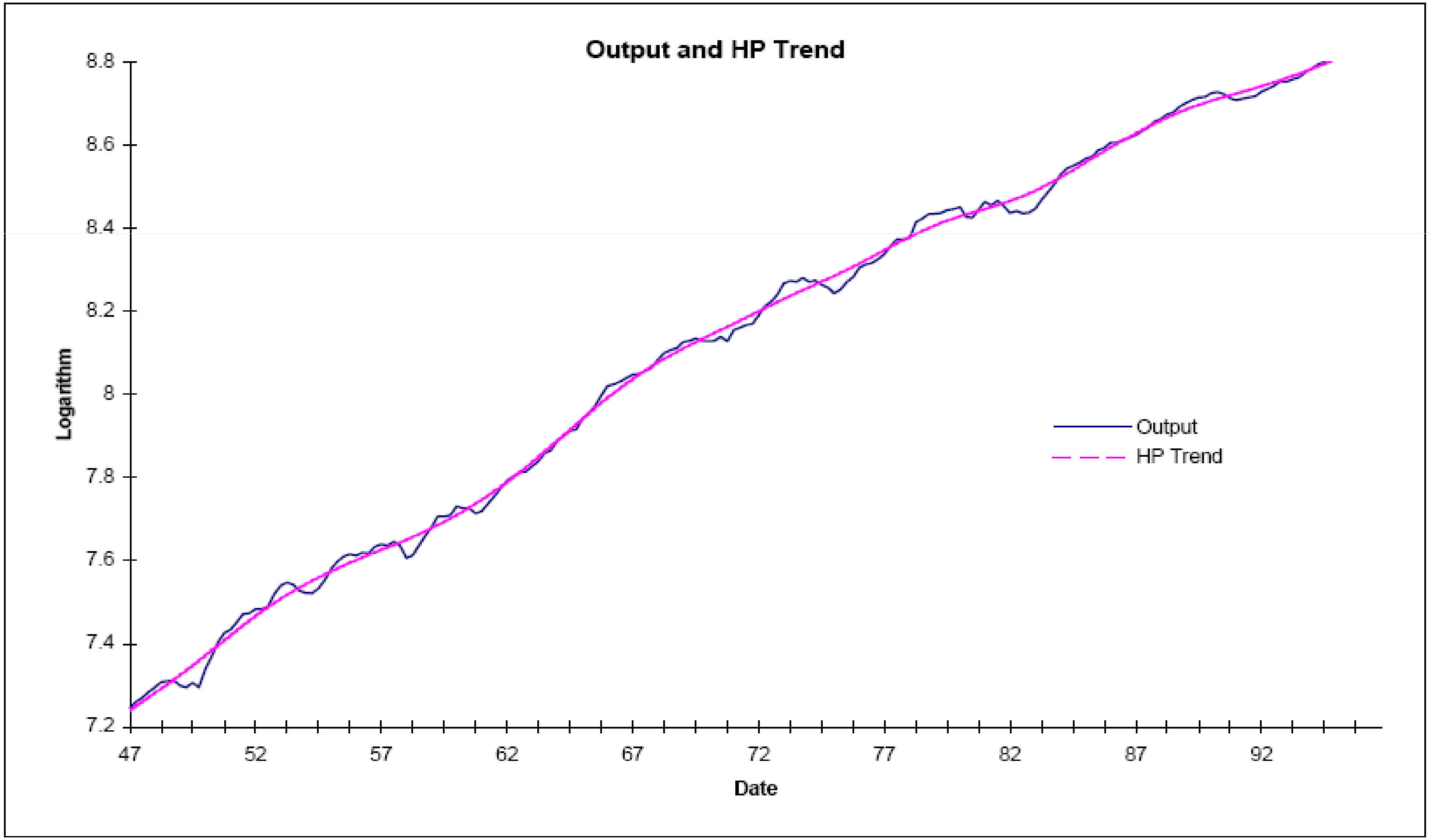
Filtre HP

Le filtre HP (pour Hodrick-Prescott) détermine la tendance solution de ce programme:

$$\min_{\{y_t^g\}_{t=0}^{\infty}} \sum_{t=1}^{\infty} \left\{ (y_t - y_t^g)^2 + \lambda \left[(y_{t+1}^g - y_t^g) - (y_t^g - y_{t-1}^g) \right]^2 \right\}.$$

- $\lambda = 0$: la tendance y^g coïncide avec la série brute.
- $\lambda = \infty$: la tendance y^g est linéaire
- $\lambda = 1600$: Pour des séries trimestrielles, cette valeur permet d'obtenir des cycles dont la périodicité est comprise entre 6 et 32 trimestres. On pourrait montrer que λ est égal à la variance de la série cyclique relativement à la variance du taux de croissance de la série tendancielle. ($1600 = \frac{5^2}{(1/8)^2}$)

- La tendance HP épouse les mouvements longs (y compris naturellement la tendance linéaire) du PIB.



- Le cycle correspond aux variations de la série comprises entre 6 et 32 trimestres (élimination des mouvements saisonniers (haute fréquence) et tendanciels (basse fréquence)

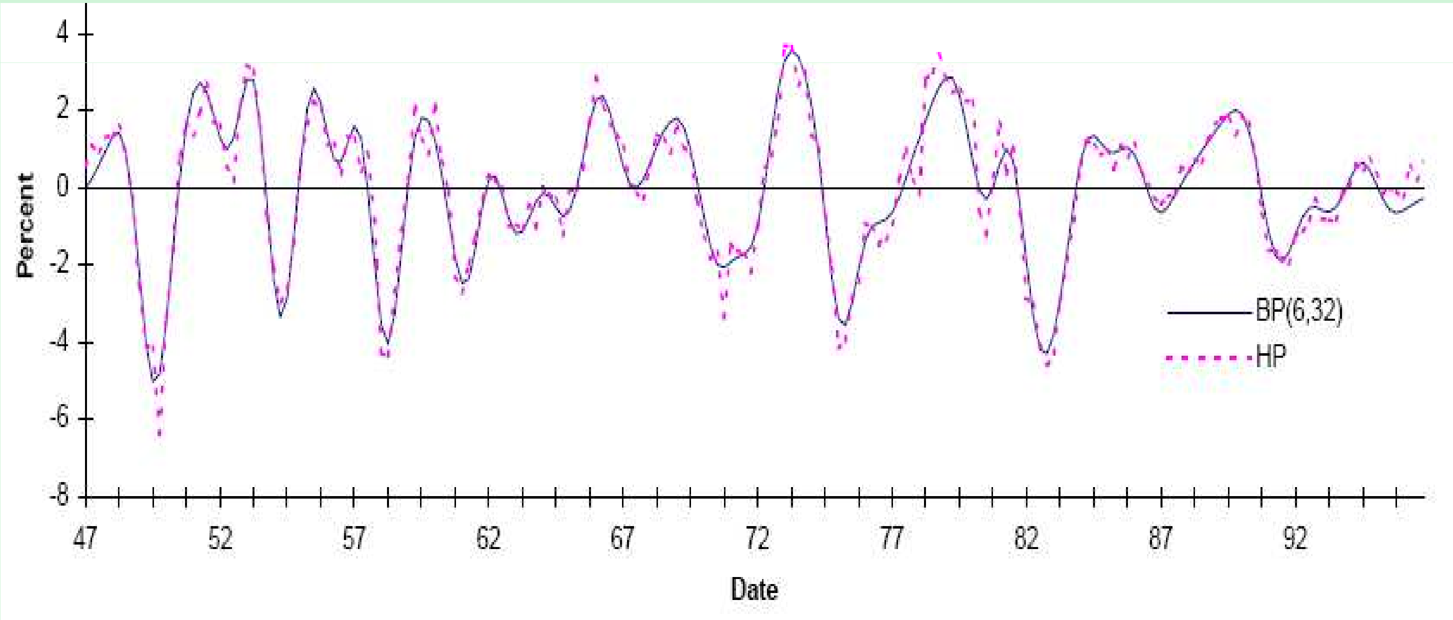
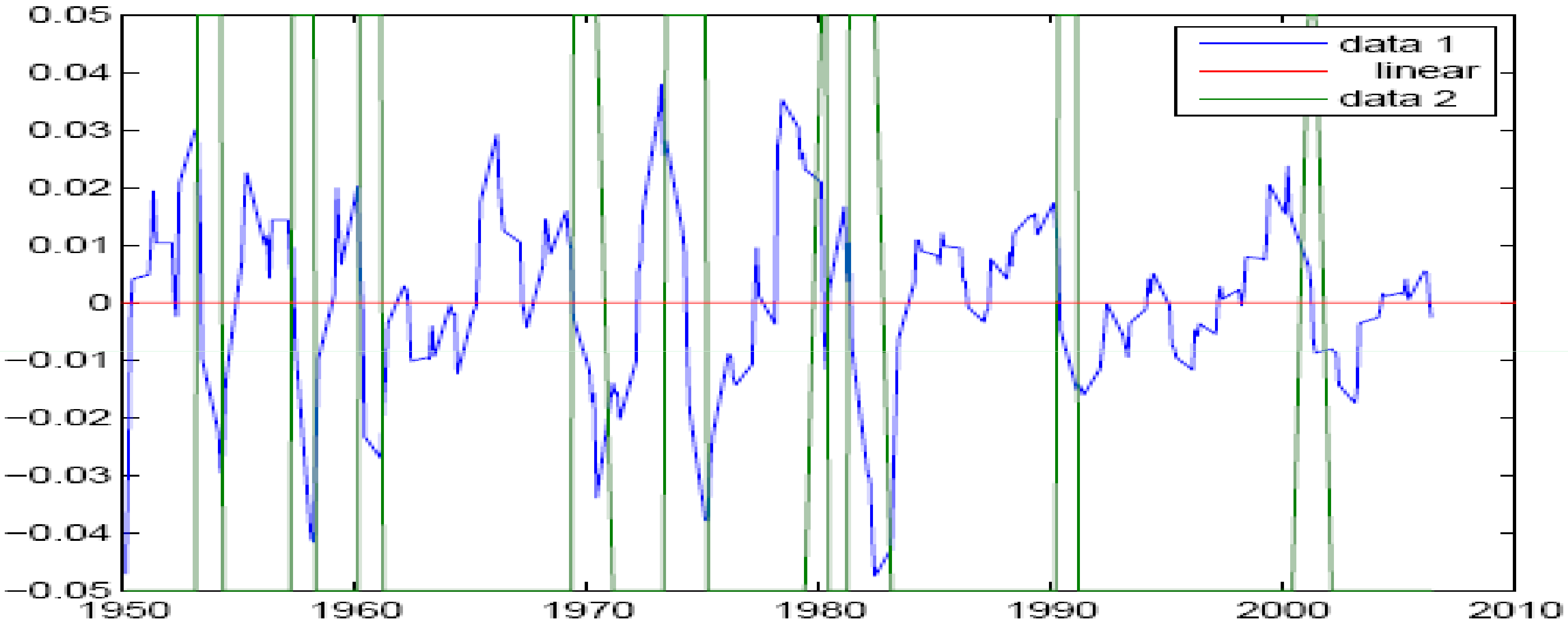
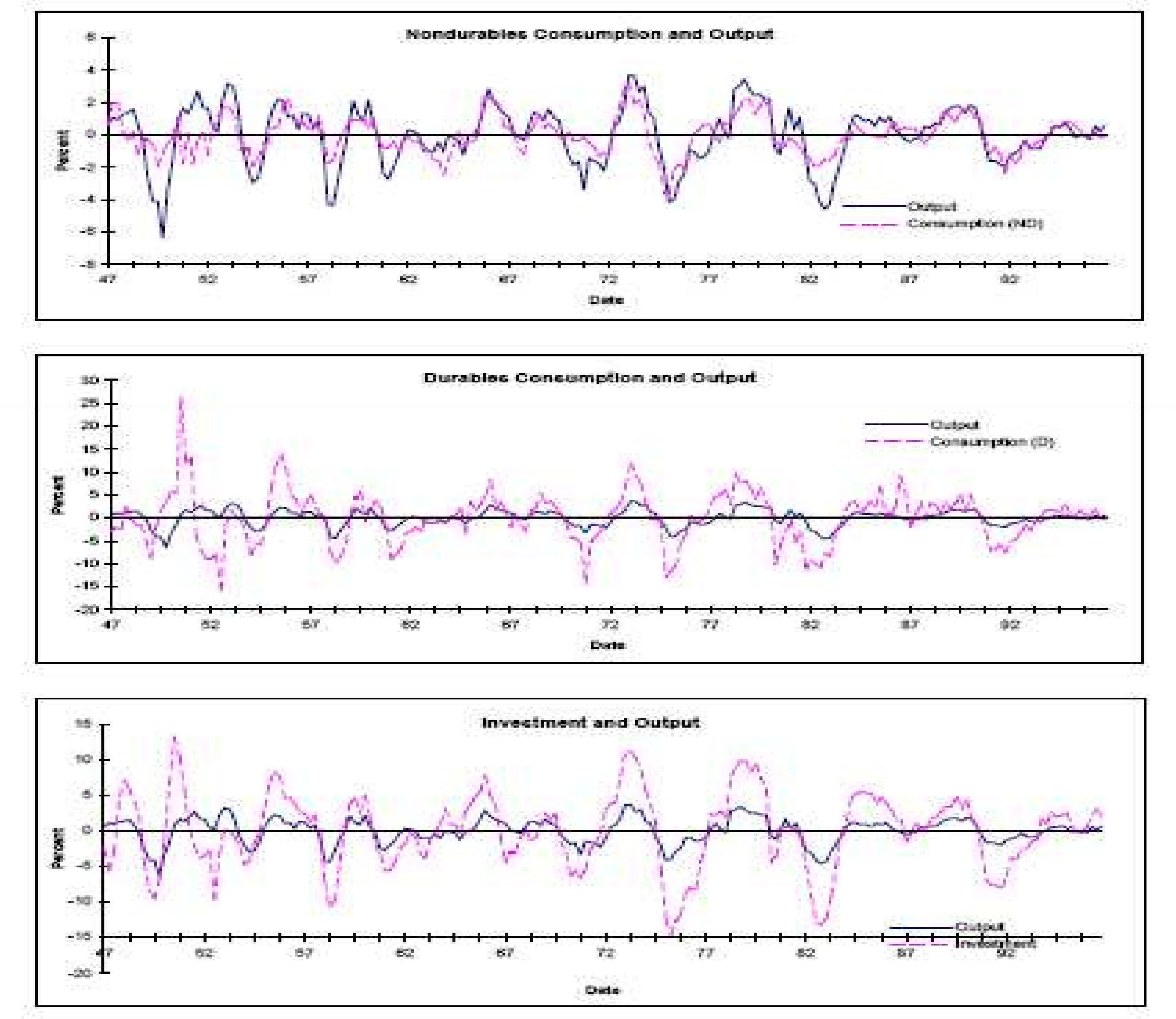


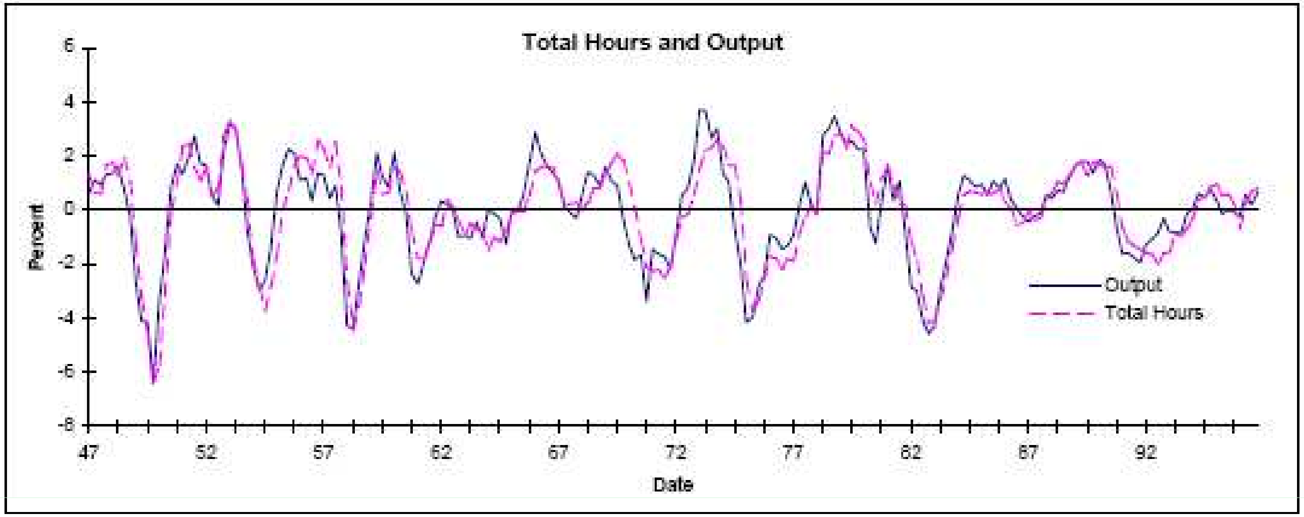
FIG. 4 – Cycles HP et datation du NBER



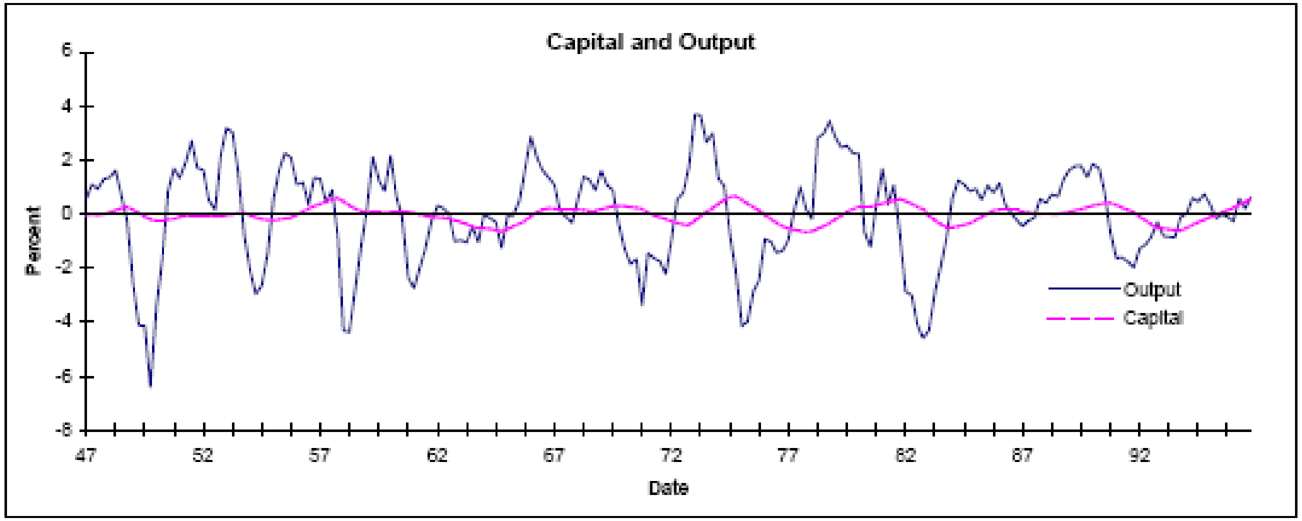
Le cycle HP respecte la datation NBER et présente une plus grande continuité (persistance) dans son évolution. Il « s'adapte » aux propriétés des séries et permet un usage systématique (parfois trop…systématique)

co-variations, différentiels de volatilité et persistance

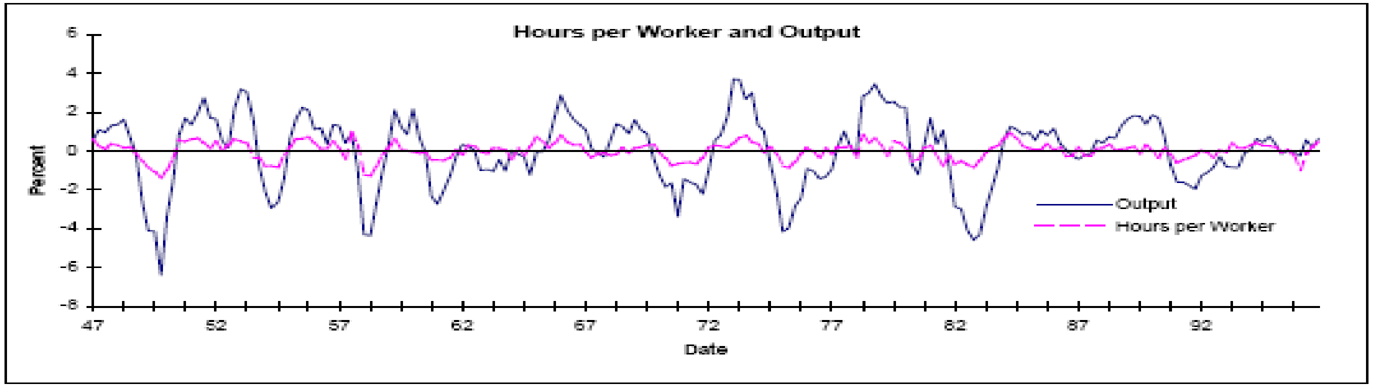


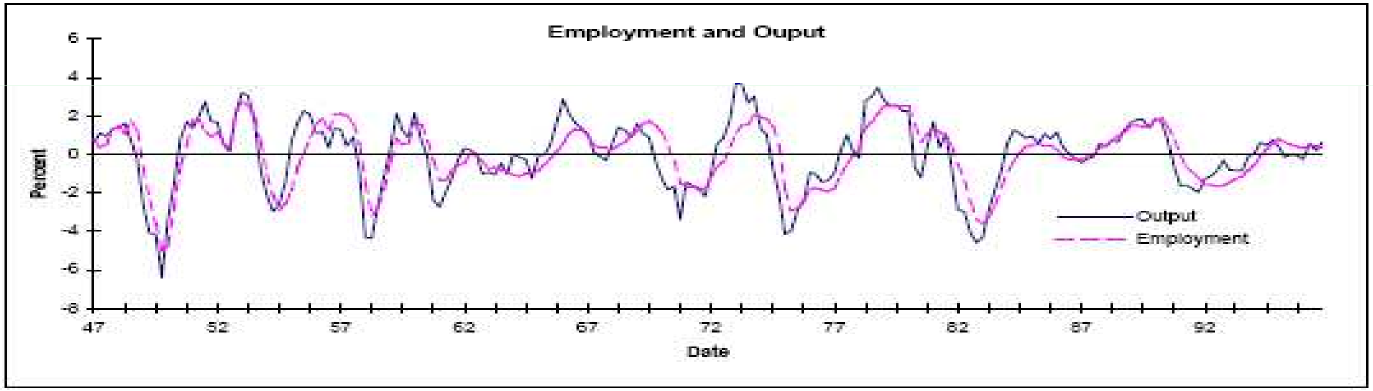


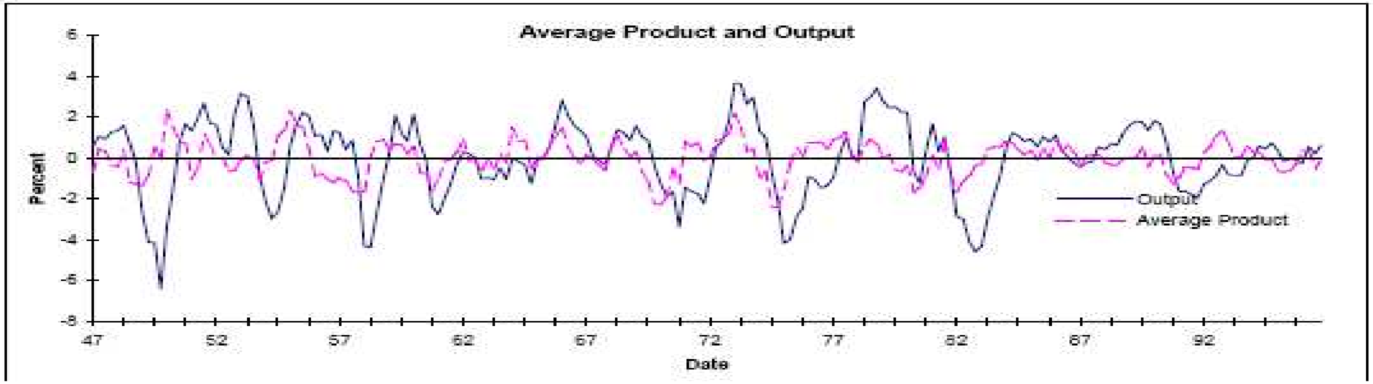
Total Hours and Output
Percent
Date
Output
Total Hours



Capital and Output
Percent
Date
Output
Capital


Hours per Worker and Output
Percent
Date
Output
Hours per Worker


Employment and Ouput
Percent
Date
Output
Employment


Average Product and Output
Percent
Date
Output
Average Product

Les faits stylisés: une quantification des propriétés des cycles

	Standard Deviation	Relative Standard Deviation	First Order Auto-correlation	Contemporaneous Correlation with Output
Y	1.81	1.00	0.84	1.00
C	1.35	0.74	0.80	0.88
I	5.30	2.93	0.87	0.80
N	1.79	0.99	0.88	0.88
Y/N	10.2	0.56	0.74	0.55

Extensions aux économies européennes

Les cycles sont-ils partout identiques?

Question importante car réponse positive impliquerait que les institutions spécifiques à un pays ne comptent pas

Oui et non dans faits: oui car le cœur (C, I, N, Y) semblent fluctuer de façon similaire mais le marché du travail apparaît différent.

Le modèle-Les préférences

L'économie est peuplée d'individus qui maximise leur espérance d'utilité intertemporelle U sur un horizon de vie infini

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} b^t u(C_t, L_t), \qquad b > 0,$$

Eo: l'espérance mathématique conditionnelle à l'information disponible en t=0; C: consommation; L: loisir; fonction u: croissante, concave (préférence pour les mélanges intertemporelles donc pour lisser C et L dans le temps); b: facteur d'escompte psychologique <1

Le modèle-La Technologie

Le bien (unique) est produit en combinant du travail N et du capital K à partir d'un technologie F à rendements constants qui bénéficie d'un progrès technique augmentant l'efficacité du travail (cf. Solow) à un taux constant et exogène. F est croissante, concave dans ces 2 arguments

$$Y_t = A_t F(K_t, N_t X_t) \qquad X_{t+1} = \gamma X_t, \qquad \gamma > 1.$$

A est aléatoire (seule source de choc dans le modèle): choc qui modifie transitoirement la productivité globale des facteurs

Le modèle-Contraintes de ressources

La production se répartit entre consommation et investissement: economie fermée sans dépenses publiques

$$Y_t = C_t + I_t.$$

L'investissement augmente le stock de capital qui se déprécie à un taux constant δ

$$K_{t+1} = I_t + (1 - \delta)K_t,$$

Chaque individu dispose d'une dotation en temps normalisée à 1 qu'il va répartir entre temps de travail et temps de loisir

$$N_t + L_t = 1.$$

L'économie est caractérisée par des conditions initiales sur les grandeurs pré-déterminées:

$K_0 > 0$ $X_0 > 0$ $A_0 > 0$

Le modèle-Stationnarisation

L'économie admet un régime de croissance stationnaire et équilibrée si, suite à une variation permanente de la productivité, le taux marginal de substitution entre les consommations à 2 périodes successives est constant et si les heures travaillées ne sont pas affectés. Cela implique une fonction d'utilité de la forme:

$$u(c, L) = \frac{1}{1-\sigma}\{[C\nu(L)]^{1-\sigma} - 1\}$$

On peut alors rendre stationnaire toutes les grandeurs macro en les divisant par le facteur de croissance X. L'economie devient alors:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, L_t)$$ avec $$\beta = b\gamma^{1-\sigma}$$

et

$$\begin{aligned} N_t &= 1 - L_t \\ y_t &= A_t F(k_t, N_t) \\ y_t &= c_t + i_t \\ \gamma k_{t+1} &= i_t + (1-\delta)k_t \end{aligned}$$

Programme du planificateur

- On peut obtenir les règles de consommation, d'investissement et de travail comme solution d'un planificateur: Max U sous les contraintes

$$\begin{cases} N_t = 1 - L_t. \\ c_t + \gamma k_{t+1} = A_t F(k_t, N_t) + (1-\delta) k_t. \end{cases}$$

On va supposer par la suite pour simplifier que $\gamma = 1$… comme s'il n'y avait pas croissance déterministe dans le modèle

L'équilibre concurrentiel à anticipations rationnelles-Les ménages

Les ménages décident de leur offre de travail, de leur consommation et du capital accumulé. Ils prennent le salaire w et le taux d'intérêt r comme donnés. Ces « prix » sont fonction à chaque période de l'état t de l'économie résumée par la productivité A et le stock de capital agrégé $\mathbf{k}$

Les ménages possèdent les entreprises et accumulent le capital (comme s'ils épargnaient sous forme d'actifs financiers: la « Finance » ne compte pas cf théorème Modigliani-Miller)

$$
\begin{array}{ll}
\max & E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(C_t, 1 - N_t) \\
\text{s.c.} & k_1 = k_0(1 + r_0) + w_0 N_0 - c_0 \\
& k_2 = k_1(1 + r_1) + w_1 N_1 - c_1 \\
& \ldots.
\end{array}
$$

On peut réécrire les contraintes budgétaires (avec intérêt cst) :

$$k_0 = k_1/(1+r) + (c_0 - w_0 N_0)/(1+r)$$
$$k_1 = k_2/(1+r) + (c_1 - w_1 N_1)/(1+r)$$
$$\ldots.$$

En substituant le stock de capital k1 par son expression, puis k2, k3…, itération vers le futur jusqu'à une période T

$$k_0 = k_{T+1}/(1+r)^{T+1} + \sum_{t=0}^{T} (c_t - w_t N_t)/(1+r)^{t+1}$$

Jusqu'à l'infini

$$k_0 = \lim_{T\to\infty} k_{T+1}/(1+r)^{T+1} + \sum_{t=0}^{\infty} (c_t - w_t N_t)/(1+r)^{t+1}$$

En imposant la condition de solvabilité, et d’optimalité,

$$\lim_{T\to\infty} k_{T+1}/(1+r)^{T+1} = 0$$

on obtient la contrainte budgétaire intertemporelle. La somme des ressources en valeur présente (t=0) est égale à la somme des dépenses (de consommation) en valeur présente (cf. TD):

$$k_0 + \sum_{t=0}^{\infty} w_t N_t/(1+r)^{t+1} = \sum_{t=0}^{\infty} c_t/(1+r)^{t+1}$$

L'équilibre concurrentiel à anticipations rationnelles-les entreprises

Les entreprises maximisent leur profit sous contrainte technologique en prenant les prix comme donnés. Chaque firme demande chaque période une certaine quantité de travail; elle demande également du capital physique, ce qui correspond à l'investissement; ce choix est supposé réversible ce qui permet de considérer que les firmes optimisent à chaque période leur stock de capital. Quel est le coût d'un capital immobilisé pendant une période sous forme de « machines »?
Le taux d'intérêt + le taux de dépréciation (cf. TD)

$$\begin{array}{ll} \max & \pi_t = y_t - w_t N_t - (r_t + \delta) k_t \\ \text{s.c.} & y_t = A_t F(k_t, N_t) \end{array}$$

Arbitrage consommation présente/consommation future (planificateur)

Allocation intertemporelle des ressources (consommation présente/consommation future):

soit consommer une unité de bien: rapporte de l'utilité marginale présente;

soit investir cette unité: rapporte la productivité marginale du capital demain + le capital restant (l'unité investie moins la dépréciation); ces unités de biens sont alors évaluées en termes d'utilité en les multipliant par l'utilité marginale de la consommation demain. Le rendement de l'investissement est incertain (anticipée rationnellement) et escompté

à l'optimum indifférence entre consommer aujourd'hui et investir donc consommer demain (condition de Keynes-Ramsey):

$$\beta E_t[(A_{t+1} D_1 F(k_{t+1}, N_{t+1}) + 1 - \delta) \times D_1 u(c_{t+1}, 1 - N_{t+1})] = D_1 u(c_t, 1 - N_t)$$

Arbitrage consommation/loisir (planificateur)

Allocation entre consommation et loisir:

Soit unité de temps passé au loisir: rapporte l'utilité marginale du loisir

Soit unité passée à travailler : rapporte la productivité marginale du travail évalué en termes d'utilité en multipliant l'utilité marginale de la consommation

À l'optimum, indifférence entre consommer du temps et du bien:

$$D_2 u(c_t, 1 - N_t) = A_t D_2 F(k_t, N_t) \times D_1 u(c_t, 1 - N_t)$$

Arbitrage loisir présent/loisir futur (planificateur)

Allocation intertemporelle des ressources (loisir présent/loisir futur) :
Soit une unité de loisir aujourd'hui

Soit une unité de travail assurant des ressources en biens en plus (la productivité marginale du travail) investies et donc rapportant des ressources demain (productivité marginale du capital + capital restant) permettant de ne pas travailler demain (ou permettant de consommer plus)

$$D_2u(c_t, 1-N_t) = \beta E_t[A_t D_2F(k_t, N_t)\times(A_{t+1}D_1F(k_{t+1}, N_{t+1})+1-\delta)\times D_1u(c_{t+1}, 1-N_{t+1})]$$

En utilisant le TMS entre consommation et loisir à la période future, on obtient:

$$D_2u(c_t, 1-N_t) = \beta E_t[A_t D_2F(k_t, N_t)\times(A_{t+1}D_1F(k_{t+1}, N_{t+1})+1-\delta)\times \frac{D_2u(c_{t+1}, 1-N_{t+1})}{A_{t+1}D_2F(k_{t+1}, N_{t+1})}]$$

Arbitrage consommation présente/consommation future par le taux d'intérêt (équilibre)

Dans un équilibre intertemporel de concurrence pure et parfaite, les ménages font leur choix d'épargne et de consommation en fonction du taux d'intérêt. Ce dernier fixe le rendement d'une unité épargnée:

$$\beta E_t[(1 + r_{t+1}) \times D_1 u(c_{t+1}, 1 - N_{t+1})] = D_1 u(c_t, 1 - N_t)$$

Il existe une force (la concavité de la fonction d'utilité) qui pousse les ménages à lisser leur consommation dans le temps. Ils préfèrent les mélanges intertemporels.

Ex d'un choc transitoire présent: épargne pour étaler sur l'ensemble de la vie donc peu d'effet contemporain

Ex d'un choc transitoire futur: endettement pour profiter dès maintenant de ce choc.

Un choc permanent de revenu n'a pas d'effet sur l'épargne et se répercute complètement dans la consommation.

Critique de la fonction de la consommation keynésienne.

$$\beta E_t[(1 + r_{t+1}) \times D_1 u(c_{t+1}, 1 - N_{t+1})] = D_1 u(c_t, 1 - N_t)$$

La condition de Keynes-Ramsey détermine le profil temporel de la consommation : si le taux d'intérêt dépasse le taux de préférence alors le coût d'opportunité de la consommation présente est particulièrement élevé: substitution intertemporelle : on consomme moins aujourd'hui pour consommer plus demain d'où un profil croissant.

Cela n'implique pas forcément qu'une hausse du taux d'intérêt diminue la consommation présente (augmente l'épargne): elle provoque une hausse du revenu dans le futur et donc une moindre épargne. Cet effet-revenu peut dépasser l'effet de substitution intertemporelle.

Interaction avec la consommation future

L'arbitrage entre consommation présente et consommation future dépend de la prévision du taux d'intérêt d'une part et de l'utilité marginale de la consommation d'autre part, mais également de leur interaction à travers la covariance.

$$\beta\left(E_t[1+r_{t+1}]E_t[D_1u(c_{t+1},1-N_{t+1})]+Cov[1+r_{t+1},D_1u(c_{t+1},1-N_{t+1})]\right)=D_1u(c_t,1-N_t)$$

Si le taux d'intérêt est élevé lorsque l'utilité marginale de la consommation est élevée également, cela rend l'épargne particulièrement attractive

Arbitrage consommation/loisir par le salaire réel (équilibre)

L'arbitrage consommation-loisir dépend du niveau du salaire réel qui est le coût d'opportunité du loisir:

$$D_2 u(c_t, 1 - N_t) = w_t \times D_1 u(c_t, 1 - N_t)$$

Arbitrage loisir présent/ loisir futur: effet Lucas-Rapping

Le coût d'opportunité du loisir augmente, les heures travaillées augmentent; en plus, comme le salaire est plus élevé aujourd'hui qu'il ne sera dans le futur, substitution interterporelle (effet Lucas-Rapping); cette augmentation des salaires crée un effet richesse positif qui tend à diminuer la hausse des heures travaillées. Plus le choc est transitoire, plus les heures travaillées augmentent.

Effet Lucas-Rapping

$$\beta E\left[D_2 u(c', 1-N') \frac{w(k,A)}{w(k',A')}\left(1-\delta+R(k',A')\right)\right] = D_2 u(c, 1-N)$$

Face à une augmentation transitoire des revenus salariaux et du capital, le ménage lisse intertemporellement, ie investit une partie de cette manne pour en profiter également dans le futur.

Comportement des entreprises (équilibre)

Dans l'équilibre concurrentiel, les entreprises demandent le capital et le travail en égalisant leur productivité marginale au coût de ce facteur:

$$A_t D_1 F(k_t, N_t) = r_t + \delta$$

$$A_t D_2 F(k_t, N_t) = w_t$$

Les variations de la productivité A modifie les choix des agents: un choc de productivité modifie les comportements de demande de facteurs qui se répercutent dans les prix qui en retour affectent les choix intertemporels des ménages.

Equivalence optimum/équilibre concurrentiel

L'équilibre concurrentiel, après élimination des prix des facteurs se réécrit sous forme de la solution du planificateur:

$$
\begin{aligned}
\beta E_t[(A_{t+1}D_1F(k_{t+1},N_{t+1})+1-\delta)\times D_1u(c_{t+1},1-N_{t+1})] &= D_1u(c_t,1-N_t) \\
A_tD_2F(k_t,N_t)\times D_1u(c_t,1-N_t) &= D_2u(c_t,1-N_t) \\
y_t &= F(k_t,N_t) \\
y_t &= c_t+k_{t+1}-(1-\delta)k_t
\end{aligned}
$$

avec k_0 donné.

Il n'existe pas en général de solution exacte à ce problème: méthode de calcul approchée. On peut considérer une linéarisation autour de l'équilibre stationnaire: développement de Taylor à l'ordre un pour se ramener à un système dynamique

Etat stationnaire

On peut en revanche déterminer l'état stationnaire du système: il correspond au sentier régulier de croissance de l'économie. Les variables (déflatées par la tendance X) sont constantes, en particulier k (mais pas uniquement) : $k_t = k_{t+1} = k$

Spécifions la fonction d'utilité:

$$u(c_t, L_t) = \log(c_t) + \frac{\theta}{1-\eta} L_t^{1-\eta}$$

$\eta = 1$ correspond à la fonction log.

la fonction de production:

$$Y_t = A_t K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha} \quad 0 < \alpha < 1$$

ainsi que le processus stochastique de la productivité:

$$\log A_t = \rho_A \log A_{t-1} + \epsilon_t^A$$

- le rapport k/y est déterminé par la condition de Keynes-Ramsey:

$$\alpha y/k = 1/\beta + \delta \Leftrightarrow y/k = \frac{\rho + \delta}{\alpha}$$

- Le taux d'investissement i/k est calculé à partir de l'équation d'accumulation du capital:

$$k = (1-\delta)k + i \Leftrightarrow \frac{i}{k} = \delta$$

- En utilisant la relation entre le taux marginal de substitution entre consommation et loisir et la productivité marginale du travail, on obtient:

$$c\theta(1-N)^{-\eta} = (1-\alpha)y/N \Leftrightarrow (1-N)^{-\eta}N = (1-\alpha)y/k \times (y/k - i/k)$$

- De la fonction de production on déduit le niveau du capital à l'état stationnaire:

$$y/k = Ak^{\alpha-1}N^{1-\alpha} \Leftrightarrow k^{\alpha-1} = Ak/y \times N^{1-\alpha}$$

Résolution de la dynamique-Linéarisation

- Système d'équations non linéaires stochastiques sous anticipations rationelles
- Pas de solutions analytiques d'où méthodes d'approximation sont utilisées

On procède à une approximation linéaire (développement limité à l'ordre 1 autour de l'état stationnaire). Pour une condition $\phi(X_t) = 0$ avec $X = (x_{1t}...x_{It})$, on a:

$$\phi(X_t) \simeq \phi(X) + \sum_{i=1}^{I} \left(\frac{\partial\phi(X_t)}{\partial x_{it}}\right)\left(\frac{x_{it} - x_i}{x_i}\right) x_i$$

Comme $\phi(X) = 0$, et $\widehat{x}_{it}$ étant la déviation d'une variable x_{it} par rapport à son état stationnaire x_i:

$$\phi(X_t) \simeq \sum_i x_i \left(\frac{\partial\phi(X_t)}{\partial x_{it}}\right) \widehat{x}_{it}$$

Règles de décision (approchées)

La résolution du système dynamique linéaire permet de déterminer, non pas toutes les valeurs des variables macro de 0 à l'infini, puisqu' il existe de l'incertitude sur le futur, mais les règles de décision, ie. les valeurs de ces variables conditionnelles à la réalisation des chocs de productivité et au niveau du stock de capital

Les règles de décision $\widehat{x} = \Pi(k, A) = \Pi_{xk}\widehat{k} + \Pi_{xA}\widehat{A}$ pour $x = c, k', y, i, \ldots$

$$\begin{pmatrix} \widehat{k}_{t+1} \\ \widehat{A}_{t+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \pi_{kk} & \pi_{kA} \\ 0 & \rho_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \widehat{k}_t \\ \widehat{A}_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \widehat{\epsilon}^A_{t+1} \end{pmatrix}$$

$$\widehat{s}_{t+1} = \begin{pmatrix} \pi_{kk} & \pi_{kA} \\ 0 & \rho_A \end{pmatrix} \widehat{s}_t + \begin{pmatrix} 0 \\ \widehat{\epsilon}^A_{t+1} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \widehat{c}_t \\ \widehat{N}_t \\ \widehat{y}_t \\ \widehat{i}_t \\ \widehat{w}_t \\ \widehat{R}_t \end{pmatrix} = \Pi \begin{pmatrix} \widehat{k}_t \\ \widehat{A}_t \end{pmatrix}$$

Ou bien: $\widehat{d}_t = \Pi \widehat{s}_t$

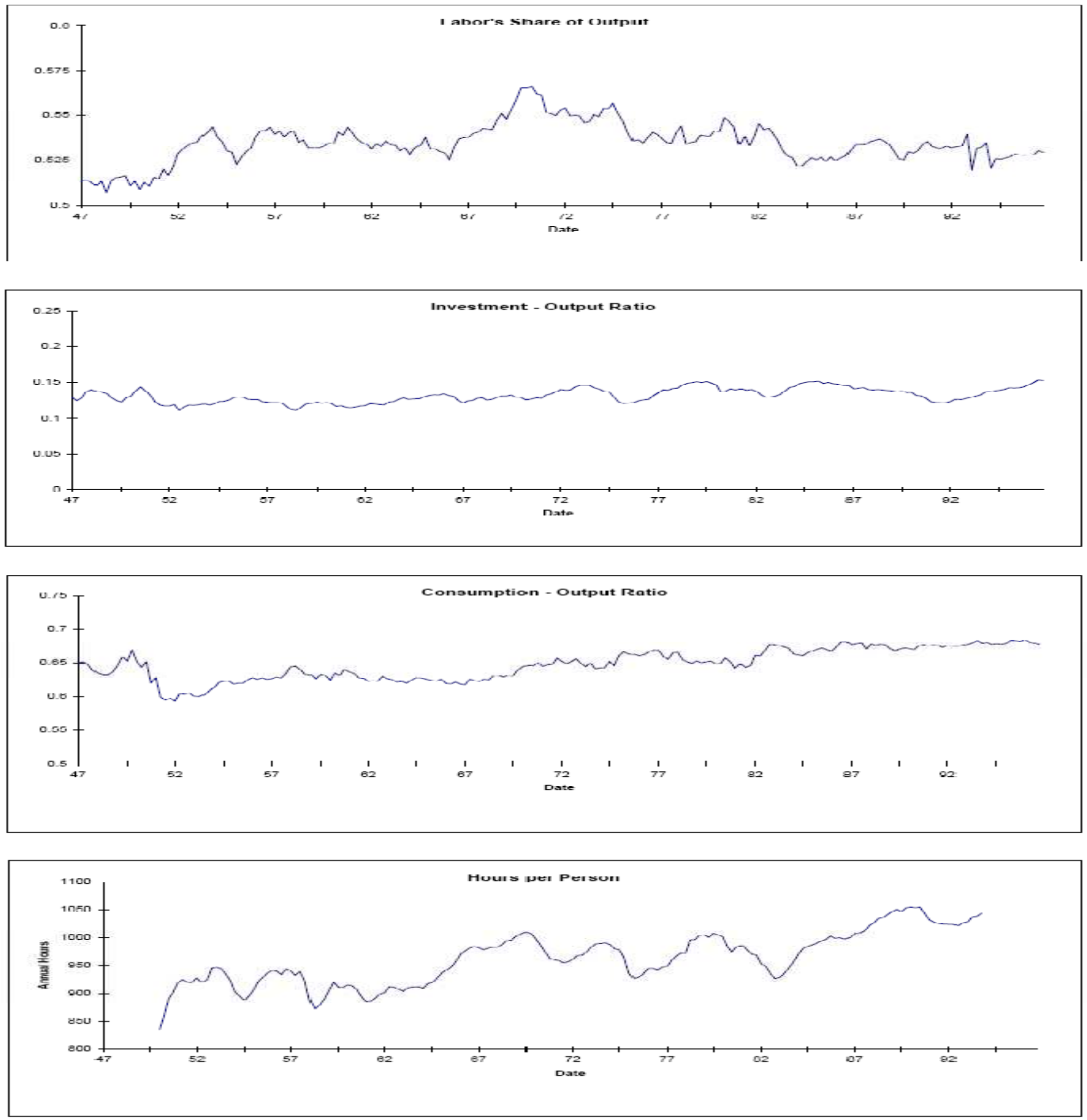
Calibration-Principes

- Fixer des valeurs aux paramètres pour résoudre numériquement et dériver les implications empiriques du modèle
- Le propre de la calibration est d'utiliser les restrictions (conditions d'optimalité et d'équilibre) du modèle théorique et des faits liés à des phénomènes autres que le cycle, typiquement la croissance
- Cette démarche impose une certaine discipline au sens où le modèle ne peut être candidat à l'explication du cycle sans être calé sur les faits de la croissance

Calibration-Principes

- Les paramètres à calibrer: $\alpha, \delta, \theta, \beta, \eta, \sigma, \rho$
- Les faits liés à la croissance sont la constance des ratios k/y, c/y, i/y, wN/y et des niveaux N et r
- On utilise alors les expressions liant ces ratios aux paramètres pour fixer des valeurs à ces derniers permettant de reproduire les premiers.

Les cibles de la calibration: les ratios de long terme



Rendre compatible l'ES avec les ratios observés

- le taux de depreciation du capital est calculé à partir de l'équation d'accumulation du capital:
$$\delta = \frac{i}{k}$$
avec $\frac{i}{k}$ mesuré en moyenne sur longue période.

- Le modèle implique que $1 - \alpha = wN/y$, d'où $\alpha = 1 - wN/y$
avec wN/y mesurés en moyenne sur longue période

- Utilisant la condition de Keynes-Ramsey, on obtient la valeur de β:
$$\beta = \frac{1}{\alpha y/k + 1 - \delta}$$
avec $\frac{y}{k}$ mesuré en moyenne sur longue période.

- Pour une calibration de η, en utilisant le taux marginal de substitution entre consommation et loisir, on obtient:
$$\theta = (1 - \alpha)\frac{y}{c}\frac{(1 - N)^{\eta}}{N}$$
avec $\frac{y}{c}$ et N mesurés en moyenne sur longue période. Soulignons que pour $\eta = 1$ (utilité logarithmique pour le loisir) on aurait:
$$\theta = (1 - \alpha)\frac{y}{c}\frac{(1 - N)}{N}$$

Calibration-Informations extérieures

Il reste à calibrer le paramètre η qui capture le degré de concavité des préférences sur le loisir.

$$\eta = \frac{-L\ D_{22}u(c,L)}{D_2 u(c,L)}$$

Ce paramètre est calibré en utilisant des estimations du comportement d'offre de travail sur données individuelles. En effet, la condition sur l'offre de travail implique la relation suivante:

$$\widehat{N}_t = \frac{1-N}{\eta N}(\widehat{w}_t - \widehat{c}_t)$$

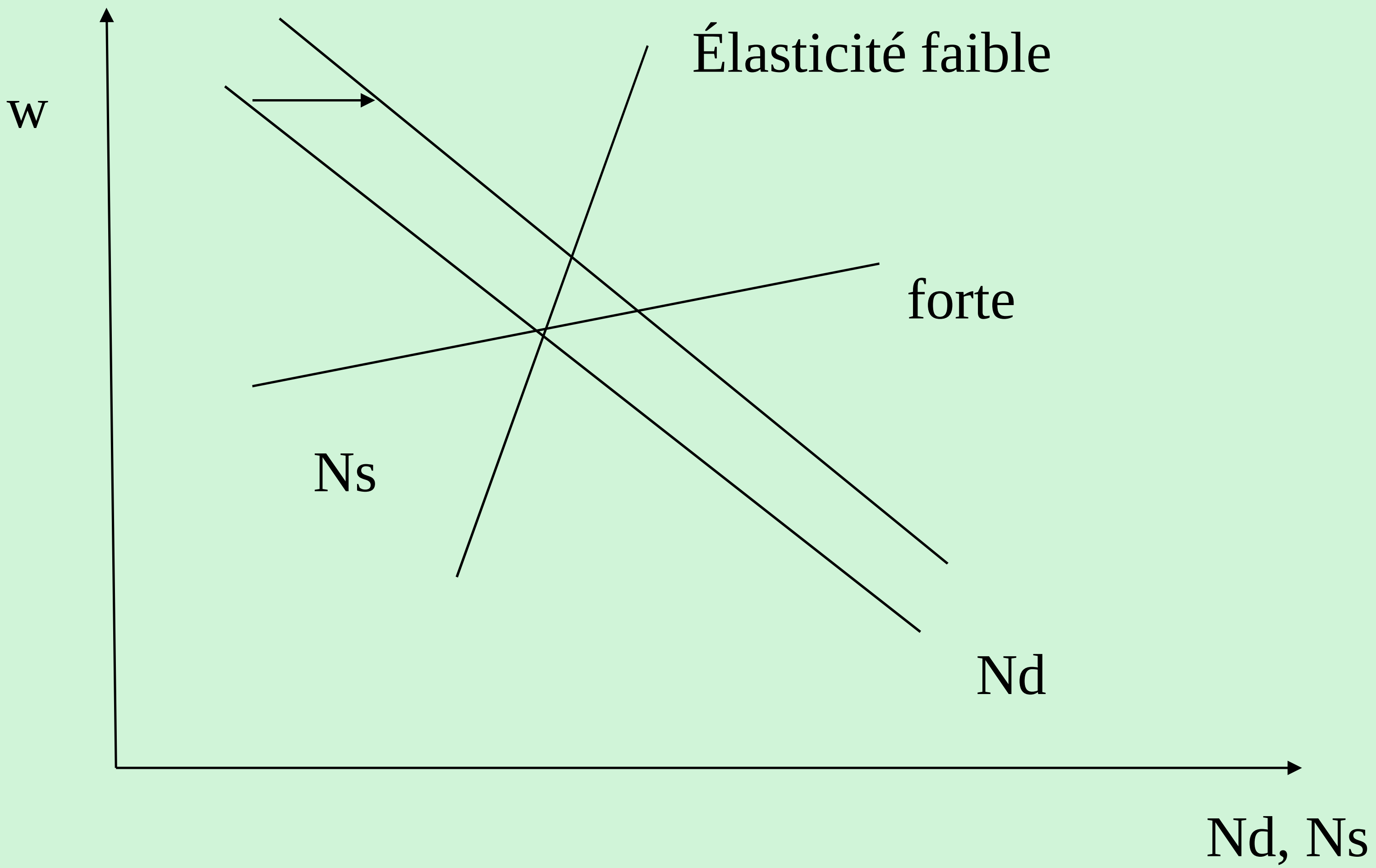
Cette condition présente la relation entre la quantité d'heures de travaillées offertes, le salaire réel et la consommation qui est liée à la richesse individuelle. C'est pourquoi le paramètre η est interprété comme l'élasticité des heures travaillées par rapport au salaire réel à richesse donnée ("λ-constant elasticity"). Elle mesure la sensibilité à une variation transitoire des salaires dont l'effet est "insignifiant" sur la richesse. Cette élasticité indique dans quelle mesure les heures travaillées vont augmenter aujourd'hui suite à une augmentation purement transitoire du salaire. η is fixé à des valeurs proches de celles estimées sur données individuelles E_{Nw}:

$$\eta = \frac{1-N}{E_{Nw} N}$$

Dans le modèle RBC canonique: une fonction logarithmique (η = 1) et N=0.20 impliquent une élasticité égale à 4: une variation à un trimestre de 1% du salaire implique une variation de 4% des heures travaillées.

Dans les estimations microéconométriques dont celle de référence de Pencavel (1986), on obtient des élasticités beaucoup plus faibles, inférieures à l'unité.

Enjeu de la calibration de l’offre de travail



Offre de travail répond plus fortement en quantité quand l’élasticité est forte

Calibration-Choc de productivité

Finalement, le processus de la productivité est estimé sur données macroéconomique à partir du Résidu Solow SR obtenu de façon traditionnelle :

$$\log SR_t = \log Y_t - \alpha \log K_t - (1-\alpha) \log N_t$$

Le processus de A peut alors être obtenu en éliminant la tendance déterministe du résidu Solow:

$$\log A_t = \log SR_t - (1-\alpha) \log X_t$$

Il s'agit ensuite d'estimer un processus auto-régressif:

$$\log A_t = \rho_A \log A_{t-1} + \epsilon_t^A$$

$$\widehat{\rho_A} = 0.979 \qquad \widehat{\sigma}_{\epsilon^A} = 0.0072$$

Ces estimations reflètent le haut degré d'auto-corrélation de la productivité.

Les résultats-La dynamique transitionnelle

Afin d'examiner les mécanismes internes du modèle, il est pertinent de distinguer la dynamique de retour à l'équilibre de long terme (dynamique transitionnelle) et la réponse à un choc de productivité. Quand il se produit un choc, les variables macroéconomiques sont modifiées, en particulier l'investissement, puis le capital physique qui à son tour induit une dynamique particulière (comme s'il se produisait un choc de capital). Considérons d'abord cette dynamique induite par le capital en faisant un choc négatif de 1% à la période 1:

$$C_t = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

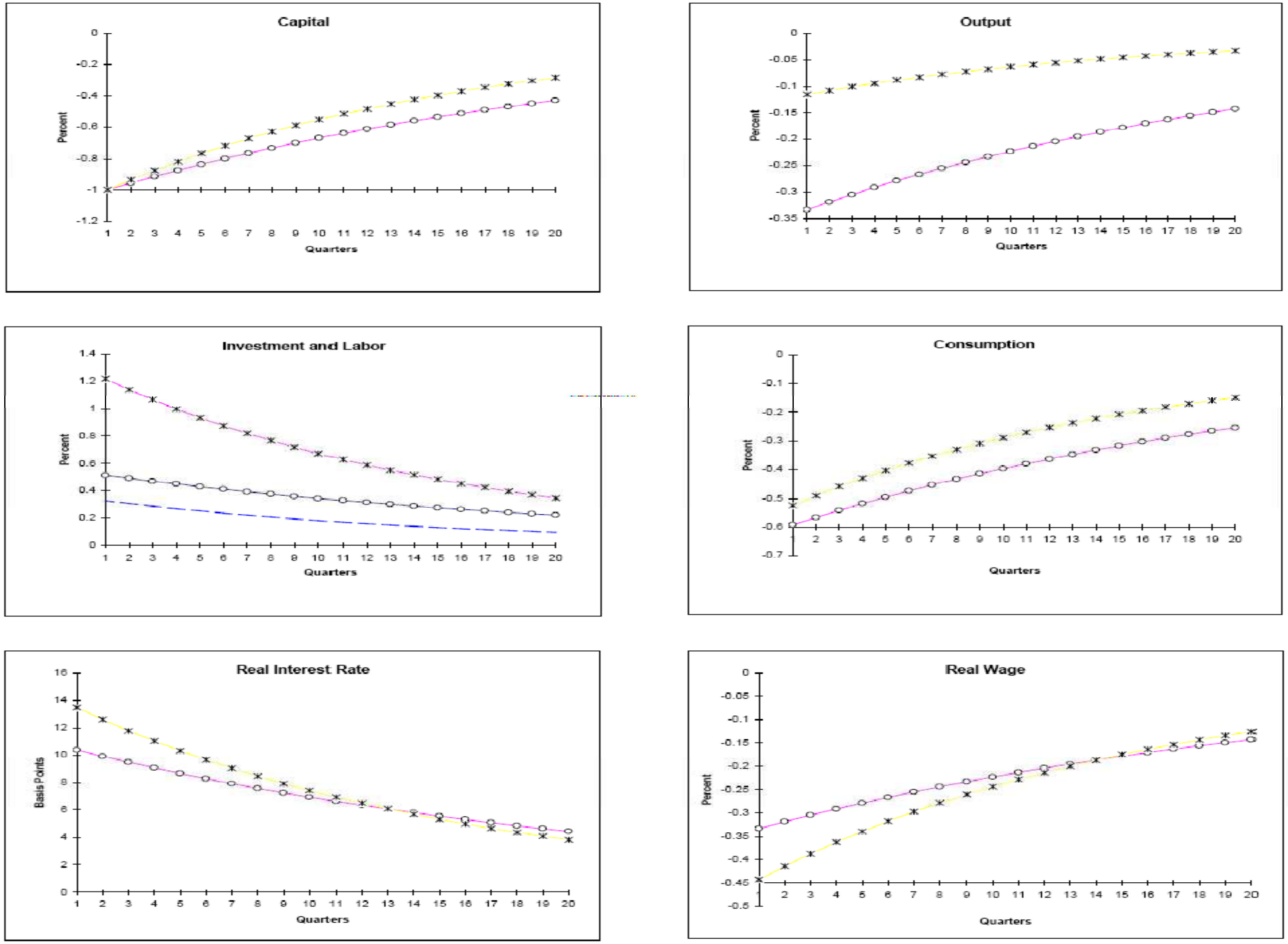
La réponse des variables d'état à la période $t+j$ est donnée par l'expression suivante:

$$\widehat{s}_{t+j} = \begin{pmatrix} \pi_{kk} & \pi_{kA} \\ 0 & \rho_A \end{pmatrix}^j C_t$$

Les réponses des variables de contrôle en $t+j$ sont données par:

$$\widehat{d}_{t+j} = \Pi \begin{pmatrix} \pi_{kk} & \pi_{kA} \\ 0 & \rho_A \end{pmatrix}^j C_t$$

'o' : sans offre de travail; '*' : avec offre de travail endogène



Commentaire des graphiques

Raisonnons d'abord sans offre de travail
Le capital est plus faible qu'à l état stationnaire ce qui diminue la production. Comme la productivité marginale du capital est relativement élevée, $r_t = [AD_1F(k_{t+1}, N) - \delta]$
la consommation est en partie reportée dans le futur au profit de l'investissement. : $\log(c_{t+1}/c_t) = -\frac{1}{\sigma}\log(\lambda_{t+1}/\lambda_t) \approx \frac{1}{\sigma}[r_t - r]$

Prenons en compte l'offre de travail
Comme pour la consommation, il y a report du loisir dans le futur, plus de travail aujourd'hui. Ces heures travaillées permet d'investir plus tout en diminuant moins sa consommation. Comme l'investissement augmente plus, l'économie se rapproche plus rapidement de l'équilibre stationnaire

Les résultats-La fonction de réponse à un choc de productivité

Considérons maintenant un choc de productivité de 1%: A est 1% au-dessus de son état stationnaire:

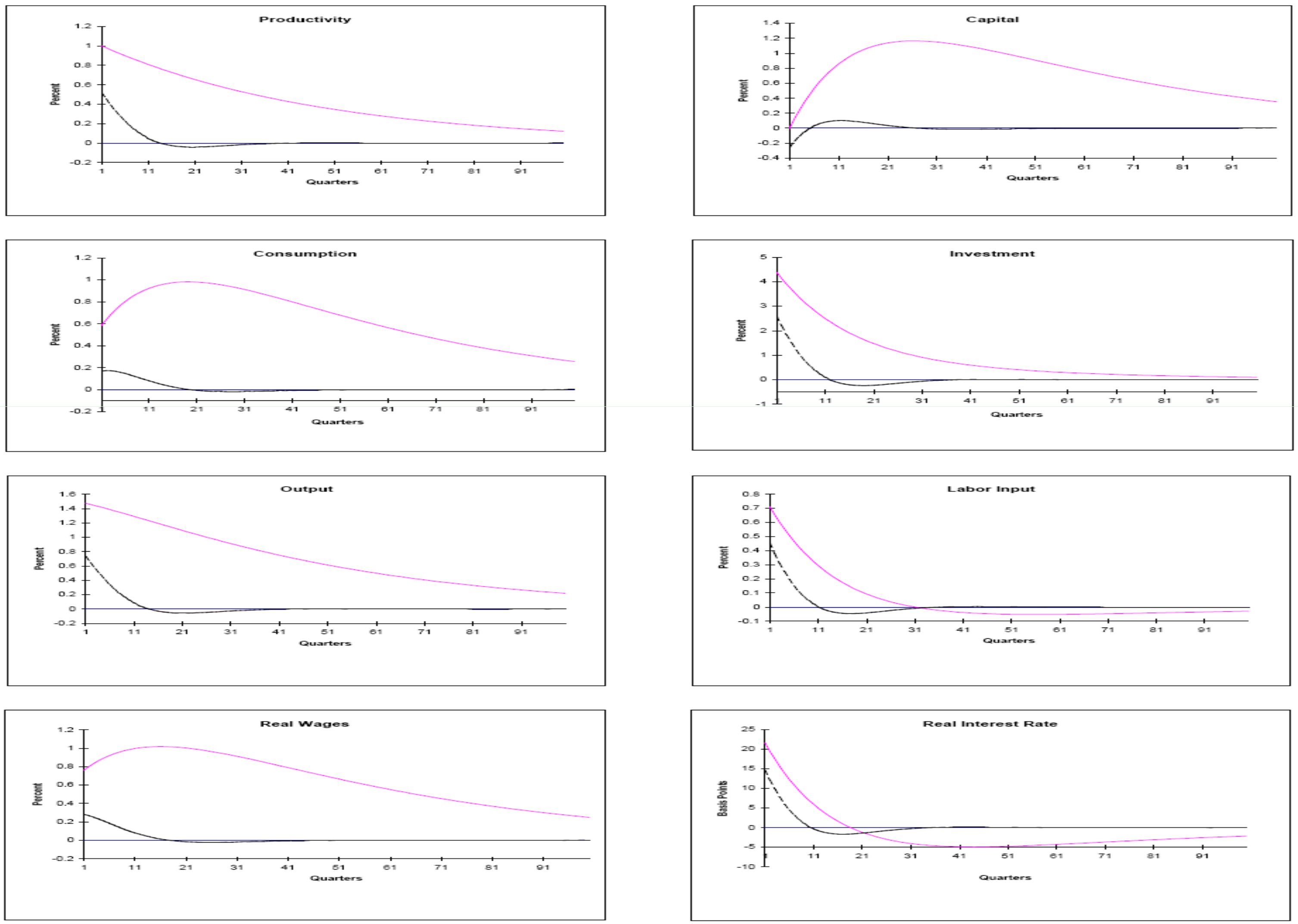
$$C_t = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

La réponse des variables d'état à la période $t+j$ est donnée par l'expression suivante:

$$\widehat{s}_{t+j} = \begin{pmatrix} \pi_{kk} & \pi_{kA} \\ 0 & \rho_A \end{pmatrix}^j C_t$$

Les réponses des variables de contrôle en $t+j$ sont données par:

$$\widehat{d}_{t+j} = \Pi \begin{pmatrix} \pi_{kk} & \pi_{kA} \\ 0 & \rho_A \end{pmatrix}^j C_t$$



Note: Dashed lines are impulse responses that have been filtered with the Hodrick-Prescott filter.

Commentaire des graphiques

Suite à une augmentation de la productivité, la demande de travail augmente ce qui élève le niveau du salaire réel: l'offre de travail augmente d'autant plus que l'élasticité de substitution intertemporelle est forte car l'effet richesse joue dans le sens opposé. La consommation augmente par effet-richesse mais une partie est lissée dans le temps par un investissement plus élevé. A partir d'un certaine période (20eme), le taux d'intérêt devient inférieur à son état stationnaire (capital élevé), ce qui provoque un profil en cloche de la consommation. Après un certain temps la dynamique du capital conduit la dynamique macro

Les variables macro sont pro-cycliques suite à un choc de productivité

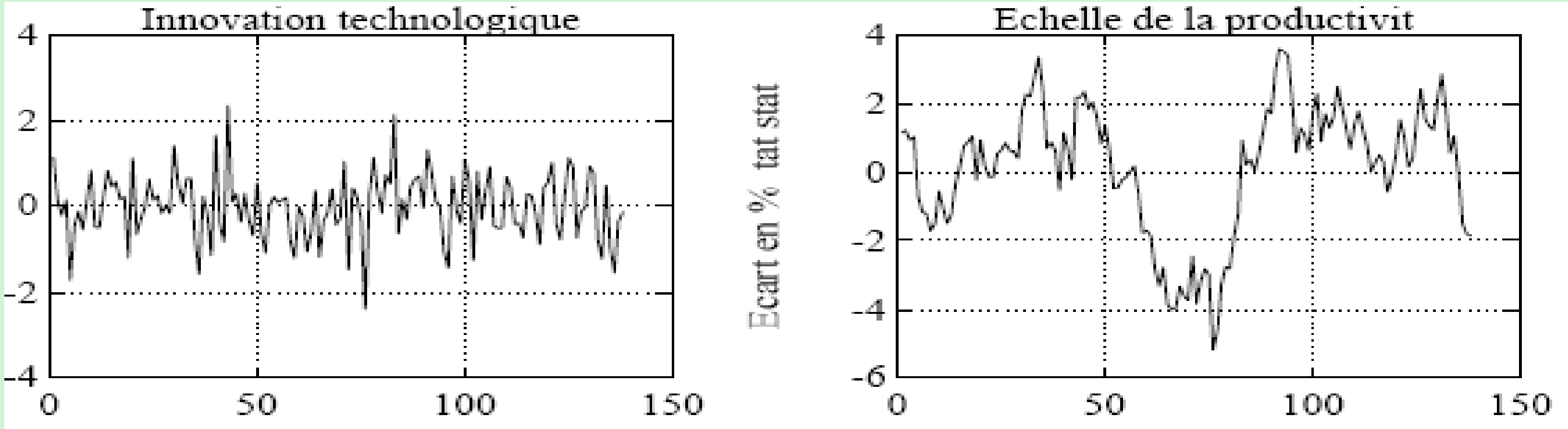
Les résultats-Une simulation stochastique

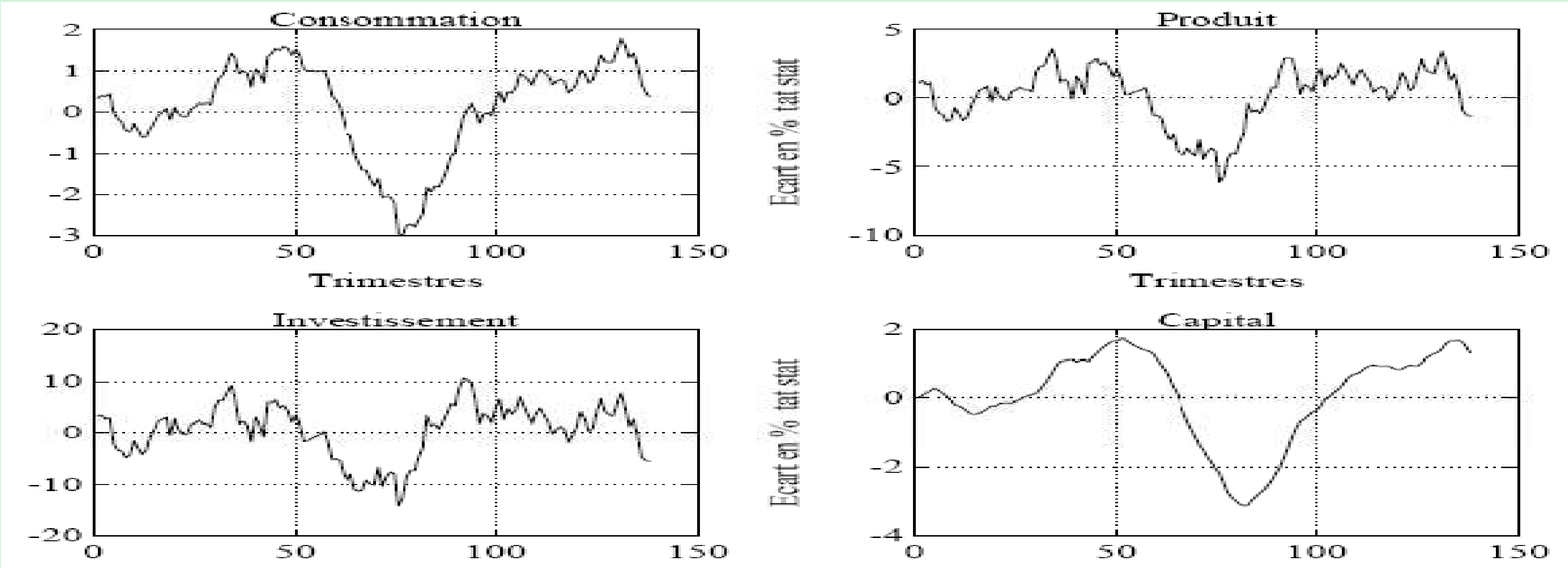
L'économie est affectée par des innovations $\widehat{\epsilon}_A$ à chaque période. On simule une économie artificielle en tirant au hasard T innovations dans une loi normale de moyenne 0 et d'écart-type σ_{ϵ^A} l'écart-type estimé sur le résidu Solow. On détermine alors les valeurs des variables macro, $\widehat{x}_t$ $t = 1, ..., T$, à partir de la forme réduite du modèle, pour des conditions initiales $\widehat{k}_0 = 0$ and $\widehat{A}_0 = 0$:

$\widehat{A}_1 = \epsilon_1^A$ $\qquad$ $\widehat{k}_1 = 0$ $\qquad$ $\widehat{x}_1 = g_{xA}\widehat{A}_1$

$\widehat{A}_i = \rho_A \widehat{A}_{i-1} + \epsilon_i^A$ $\qquad$ $\widehat{k}_i = g_{kk}\widehat{k}_{i-1} + g_{kA}\widehat{A}_{i-1}$ $\qquad$ $\widehat{x}_i = g_{xk}\widehat{k}_i + g_{xA}\widehat{A}_i$

Résultats-Effet Slutsky-Frisch





Les résultats-Les simulations stochastiques

On procède à n simulations stochastiques du type de celle présenté dans les graphiques précédents. On calcule alors la moyenne des moments d'ordre 2 obtenus pour chaque simulation. Ces moments théoriques sont alors comparés aux moments empiriques.

Les résultats-Les moments générés par le modèle

Business Cycle Statistics for Basic RBC Model[35]

	Standard Deviation	Relative Standard Deviation	First Order Auto-correlation	Contemporaneous Correlation with Output
Y	1.39	1.00	0.72	1.00
C	0.61	0.44	0.79	0.94
I	4.09	2.95	0.71	0.99
N	0.67	0.48	0.71	0.97
Y/N	0.75	0.54	0.76	0.98

Les résultats-Evaluation générale

Prescott [1986] summarizes moment implications as indicating that "the match between theory and observation is excellent, but far from perfect." Plosser [1989] summarizes the model simulations as indicating that "the whole idea that such a simple model with no government, no market failures of any kind, rational expectations, no adjustment costs could replicate actual experience this well is very surprising." Rogoff [1986] warns of the potential power of the RBC model: "The ... real business cycle results...are certainly productive. It has been said that a brilliant theory is one which at first seems ridiculous and later seems obvious. There are many that feel that (RBC) research has passed the first test. But they should recognize the definite possibility that it may someday pass the second test as well."

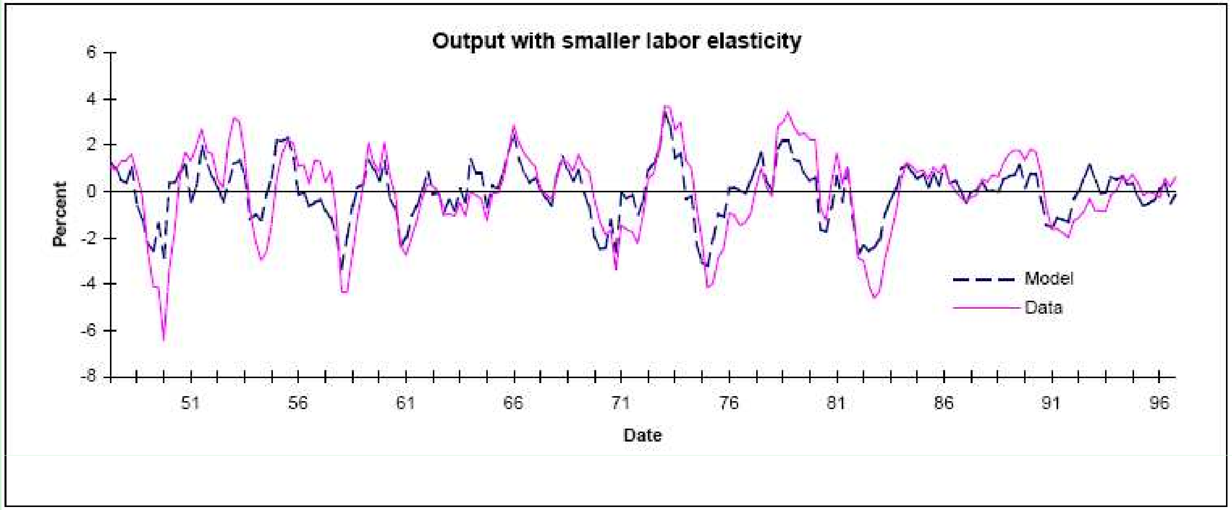
Les résultats-Variabilité

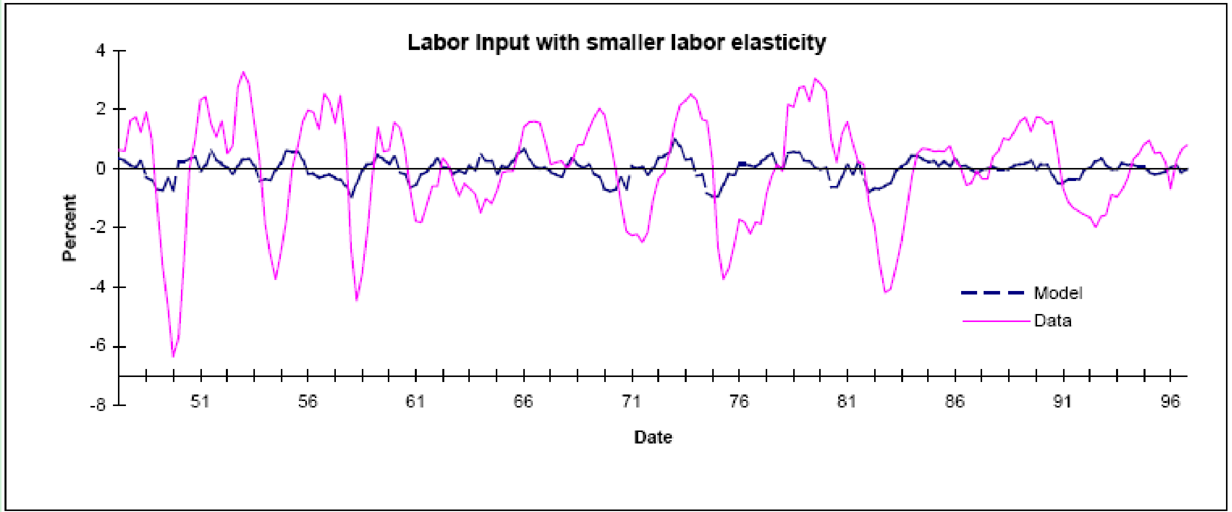
Le modèle produit des variabilités relatives assez proches de la réalité, même si la consommation est trop lisse dans le modèle.

77% de la variance de la production est reproduite (1.39/1.81).

Cependant, ce résultat est obtenue avec une fonction logarithmique sur le loisir ce qui sur-estime la valeur estimée de l’élasticité de substitution intertemporelle. Pour la valeur de référence de Pencavel (1986), on obtient une volatilité beaucoup plus faible.

Les résultats-Le rôle de l'offre de travail





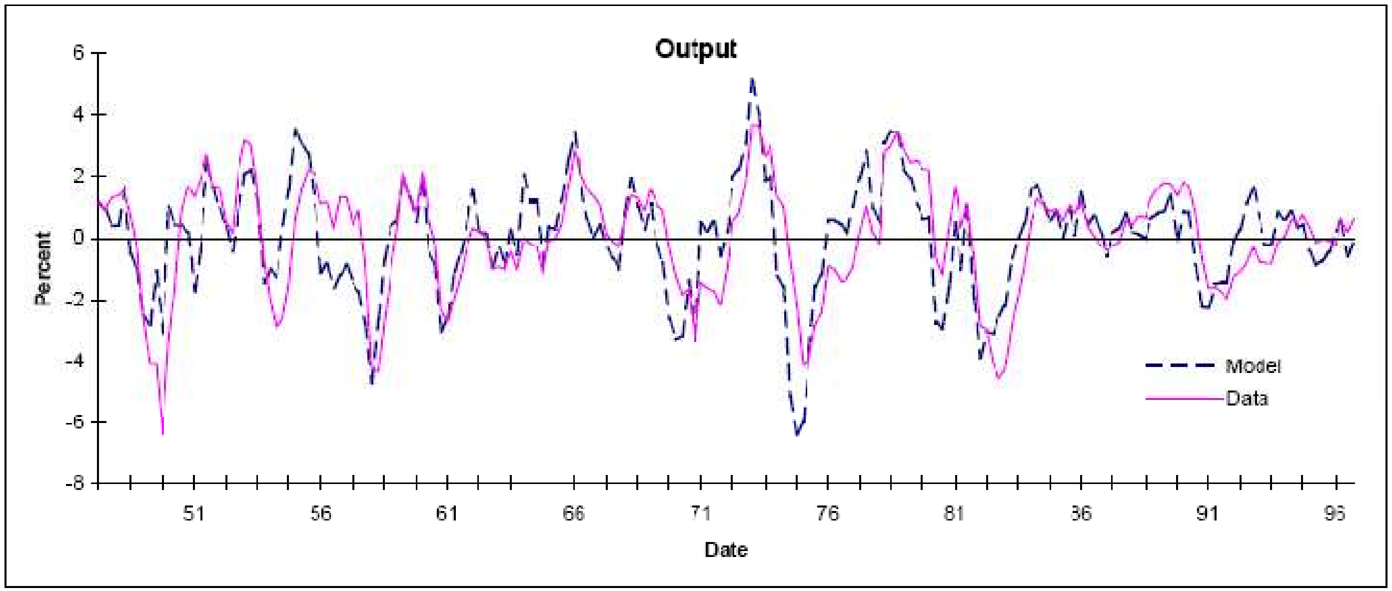
Les résultats-Corrélation

Le modèle réussit à générer les corrélations positives observées. Elles sont même trop élevées par rapport à la réalité.

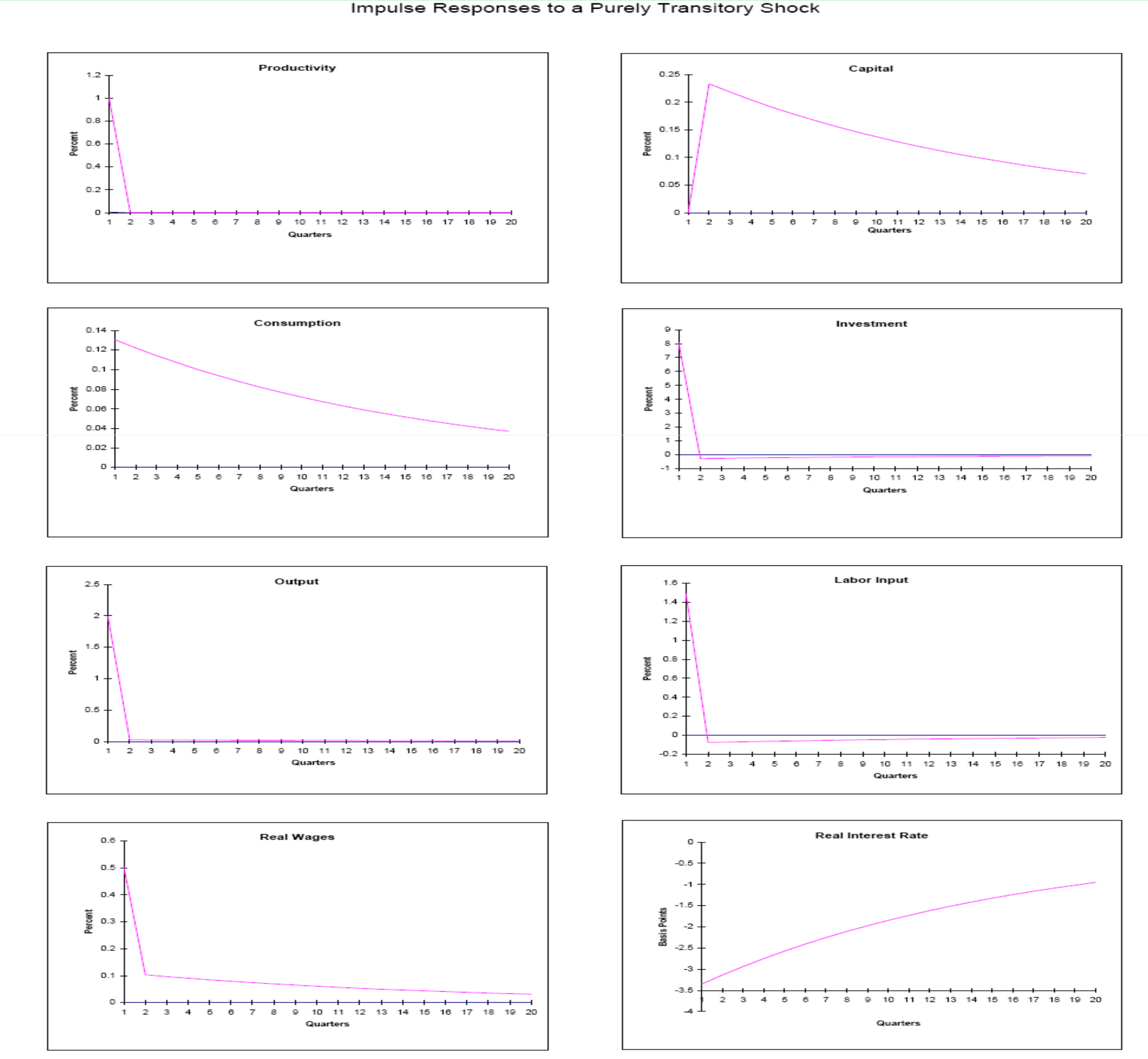
Il apparaît également performant pour répliquer la persistance des séries macro (auto-corrélations)

Les résultats-Les simulations historiques

Si on simule le modèle avec les innovations historiques du résidu Solow, on obtient par le modèle une composante cyclique de la production étonnamment proche de la série observée.

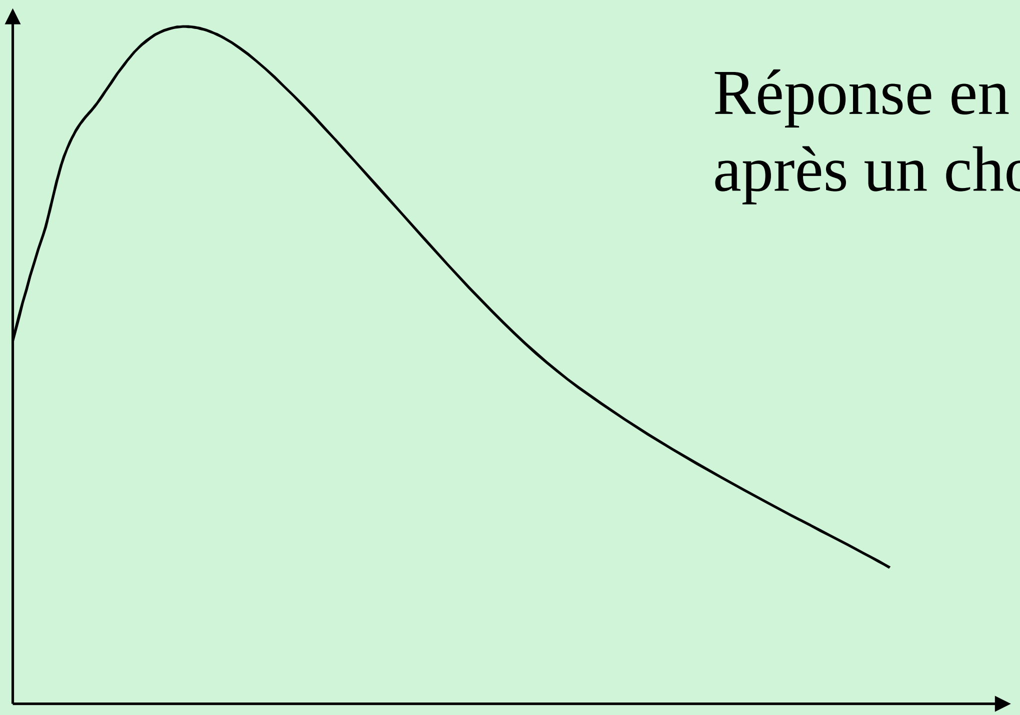


Les résultats-Le problème de la persistance



Les résultats-Le problème de la persistance

Cogley, T. and J. Nason "Output Dynamics in Real Business Cycle Models," *American Economic Review*, 85: 492-511, 1995.



Réponse en cloche de la production après un choc transitoire

Le débat

Prescott, E. "Theory Ahead of Business-Cycle Measurement," *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review* 10: 9-22, 1986.

Summers, L. "Some Skeptical Observations on Real Business Cycle Theory," *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, 10: 23-27, 1986.

Mankiw, G. "Real Business Cycles: A New Keynesian Perspective," *Journal of Economic Perspectives* 3: 79-90, 1989.

Le scepticisme des (nouveaux) keynésiens

- Principales critiques de Summers
- Elasticité de l’offre de travail
- Nature des chocs: seuls des chocs de productivité peuvent générer la covariance positive entre C et N mais alors salaire réel procyclique et quelles évidences en faveur de variations exogènes de la productivité
- Aucune source d’inefficacité alors que les récessions semblent marquées par des producteurs qui voudraient produire plus et des travailleurs qui voudraient travailler plus: insuffisance généralisée de la demande (chômage keynésien
- Role du crédit et des politiques monétaires dans les récessions identifiées

Quelle causalité?