

1 Introduction

Partons de quelques exemples contemporains illustrant la séquentielité des innovations. Dans le domaine de la santé, les techniques de la biotechnologie font souvent dépendre la découverte de nouveaux médicaments des découvertes réalisées dans les domaines de la biologie génétique ou de la biologie moléculaire. Le séquençage d'un gène codant une protéine ou une molécule ayant une fonction spécifique précède souvent la découverte d'un médicament. Dans les domaines de l'agriculture et de l'alimentation, les découvertes génétiques sont également à la base de nouveaux produits de consommation ou de nouvelles semences incorporant des OGM. Dans le domaine des technologies de l'information, chaque nouveau produit ou chaque nouvelle technologie incorpore de multiples découvertes antérieures en matière de logiciels, de technologie de codage et de protection, de compression numérique, etc. Dans le domaine des bases de données, la compilation des informations devient un instrument indispensable pour des innovations ultérieures et il suffit de songer à l'exemple des séquences génétiques spécifiques qui font l'objet de bases de données incontournables pour les sociétés de biotechnologies ou les laboratoires pharmaceutiques.

Ces exemples partagent une caractéristique commune. Non seulement les connaissances acquises dans les domaines amont sont cruciales pour la production d'innovations en aval, mais les technologies qui y sont utilisées en sont elles-mêmes un input important. Comme l'intégration verticale est une solution très coûteuse, il s'agit de trouver des moyens pour que la protection intellectuelle accordée aux découvertes en amont ne soit pas un obstacle au progrès technique en aval, que celui-ci prenne la forme d'applications spécifiques des technologies amont ou d'améliorations de la qualité et des performances de ces technologies.

Tant que les découvertes de base, appelons les "découvertes de première génération", font partie du domaine public, l'accès et l'utilisation des technologies fondées sur ces découvertes ne posent pas de problème à la société.

Les technologies amont ne font l'objet d'aucune appropriation et le principe dit de la "*science ouverte*" s'applique. D'une part, la production de ces découvertes repose sur des incitations non financières. Le désir de la reconnaissance scientifique par les pairs et les promotions de carrière suffisent à inciter les chercheurs. D'autre part, la nécessité de publier les découvertes le plus tôt possible conduit à une diffusion totale et immédiate des connaissances générées par ces découvertes. Leur utilisation par des innovateurs ultérieurs qui possèdent une maîtrise suffisante pour les exploiter ne bute pas sur le problème de la propriété intellectuelle. Songeons par exemple aux applications multiples engendrées par la découverte du laser dans des domaines aussi variés que la chirurgie, la lecture de supports audio-numériques ou encore la recherche bibliographique à partir d'informations numérisées.

Mais, de nos jours, les découvertes de première génération ne sont plus l'exclusivité du domaine public. Une illustration peut être trouvée dans l'histoire du séquençage du génome humain, longtemps resté entre les mains d'un consortium public international, jusqu'à ce que l'un de ses membres, Craig Venter, décide de se retirer et de créer une compagnie privée, "Celera Genomics", afin d'accélérer la course à la découverte du génome humain. Cet exemple est loin d'être isolé et un grand nombre de découvertes fondamentales, correspondant à ce que l'on appelle des *instruments de la recherche*, sont à présent protégées par des titres de propriété intellectuelle. De plus, dans un désir de rapprocher la recherche appliquée et la recherche fondamentale, les pouvoirs publics ont introduit dans certains pays la possibilité que des recherches de base financées partiellement ou totalement sur fonds publics puissent bénéficier de la protection par un brevet. C'est par exemple le cas aux Etats-Unis à la suite d'une loi votée en 1980, le "Bayh -Dole Act", du nom des deux sénateurs qui l'ont introduite. C'est également le cas en Europe où les pouvoirs publics, de plus en plus contraints sur le plan budgétaire du fait du pacte de stabilité, cherchent à établir des ponts entre la recherche privée et la recherche publique en favorisant les activités de valorisation de cette dernière.

Enfin, la situation des innovations séquentielles n'apparaît pas seulement dans le cas où des applications industrielles succèdent à des découvertes fondamentales. Les innovations successives font partie de la norme du processus d'innovation des entreprises et celui-ci possède un caractère cumulatif dans de nombreux domaines. C'est d'ailleurs sur ce principe que sont construits la plupart des modèles de croissance endogène exploitant l'idée de "création destructrice" de Schumpeter (1942).

Au-delà des questions récurrentes qui se posent sur la justification d'élargir ou non le champ du brevetable à des domaines qui en étaient auparavant exclus (logiciels, gènes, instruments de la recherche, méthodes commerciales de vente sur Internet, bases de données, etc.), nous souhaitons dans ce chapitre mettre l'accent sur le problème de la configuration du brevet lorsque l'innovation a un caractère séquentiel.

Nous traitons dans ce chapitre le cas de deux innovations successives appartenant à la même classe technologique. La question de base est alors la suivante. Comment inciter à la fois la première et la deuxième innovation, sachant que la réalisation de la deuxième est conditionnée par l'existence de la première et sachant également que de l'étendue de la protection accordée à la première dépend le fait de savoir si la deuxième innovation enfreint ou non le brevet de la première. Dans le cas d'innovations successives, le bien être a une dimension dynamique et c'est le rythme du progrès technique qui est au centre de l'analyse. De plus, le problème de la configuration du brevet se complique du fait que dans certains cas, la valeur commerciale de la première invention est insuffisante pour couvrir son coût, alors que cette innovation est à l'origine d'une application dont la valeur commerciale peut être élevée. Il est donc nécessaire que le premier inventeur puisse s'approprier une partie des revenus issus de l'innovation de seconde génération qu'il aura contribué à faire émerger. La configuration des droits de propriété doit donc intégrer des instruments susceptibles de conduire à un partage approprié du surplus global généré par les deux innovations successives.

Commençons par passer brièvement en revue quelques unes des dimensions de la protection par le brevet dans le cas de deux innovations successives.

1. *La durée du brevet.*

La durée légale de la protection accordée au premier innovateur est un instrument qui peut être moins pertinent dans le cas d'innovations successives que dans le cas d'une innovation isolée, cas examiné au chapitre précédent. En effet, la deuxième innovation peut survenir bien avant l'expiration de la durée de vie du premier brevet, rendant celui-ci obsolète avant la fin de sa durée légale. Dans ce cas, le premier innovateur se voit exproprié d'une partie des recettes qu'il comptait s'approprier pour couvrir ses dépenses d'investissement en R&D. Sa décision d'investissement *ex-ante* peut s'en trouver affectée. C'est en effet la *durée effective du brevet* et non sa durée légale qui importe dans le cas d'innovations successives. Cette durée effective est elle-même fortement influencée par l'étendue de la protection accordée au premier innovateur d'une part et le degré de nouveauté ou d'inventivité que

doit satisfaire la deuxième invention pour être brevetable.

2. *L'étendue de la protection future du brevet (leading breadth).*

Dans le cas de deux innovations successives, l'étendue de la protection accordée au premier innovateur doit être examinée sous l'angle de la dimension de la protection à laquelle nous faisons référence au chapitre précédent, à savoir la protection à l'encontre d'innovations futures ("*forward protection*") et non plus seulement de la protection à l'encontre d'imitateurs ou contrefacteurs. Deux questions se posent alors. D'abord, comment mesurer l'étendue de la protection future accordée au premier innovateur alors même que les caractéristiques de cette innovation future ne sont pas encore connues au moment où le premier innovateur dépose son brevet ? Ensuite, quelle que soit la mesure retenue, il est clair que plus l'étendue de la protection future ("*leading breadth*") accordée au premier innovateur est élevée, plus la seconde innovation a des chances plus grandes d'être jugée comme enfreignant le premier brevet. Dans ce cas une étendue de la protection trop forte peut avoir un effet de blocage ou de dissuasion de la deuxième innovation. Par le biais d'un contrat de licence, le premier innovateur peut avoir intérêt à accepter de renoncer à l'exclusivité que lui assure son titre de propriété, puisqu'en cédant une licence, il récupère une partie des ressources générées par la seconde innovation, sous la forme du paiement d'une somme forfaitaire ou de redevances liées aux ventes du produit incorporant la seconde innovation. Mais quel sera le montant de la contrepartie financière de la licence ? Le premier innovateur peut être en situation d'exiger du second un prix de cession de la licence tellement élevé que le second innovateur n'y trouve pas son compte. De plus, rien n'oblige le premier innovateur à céder une licence puisque le brevet est un droit exclusif. Les contrats de licence deviennent un instrument crucial dans l'analyse du partage des revenus entre innovateurs successifs.

3. *Les accords de licence.*

Supposons que l'innovation de deuxième génération constitue une amélioration de qualité ou de performances de l'innovation de première génération. Distinguons deux cas selon que le contrat de licence soit négocié ex-post ou ex-ante, c'est à dire après ou avant que l'investissement correspondant à l'amélioration de deuxième génération ne soit réalisé. Dans un contrat ex-post, si l'innovation de deuxième génération est jugée enfreignant le brevet du premier innovateur, l'auteur de l'amélioration se voit contraint d'obtenir du détenteur du premier brevet l'autorisation de commercialiser son amélioration sous la forme d'un contrat de licence que l'auteur de l'amélioration sollicite auprès du détenteur du premier brevet. Mais, dans ce cas, l'auteur

de l'amélioration se trouve en situation assez vulnérable. D'une part, son investissement en dépenses de recherche est déjà réalisé et c'est un coût fixe irrécouvrable ("sunk cost"). D'autre part, le montant exigé de la licence peut ne pas permettre de recouvrir les coûts de recherche déjà encourus pour l'amélioration. L'auteur de l'amélioration est alors en situation d'otage ou de "hold-up". Pour éviter cette situation, certains auteurs préconisent un contrat de licence *ex-ante*, en ce sens que le contrat de licence est négocié avant que le candidat à l'amélioration n'ait réalisé l'investissement correspondant. Cependant, même si le contrat de licence *ex-ante* permet de résoudre certains problèmes comme nous allons le voir dans la suite, il soulève à son tour d'autres questions. Premièrement, il n'est pas sûr que les auteurs d'améliorations potentielles soient identifiables par le détenteur du brevet initial. Deuxièmement, un contrat de licence peut comporter des *clauses restrictives de concurrence*, notamment en termes de prix de vente du produit amélioré ou en termes d'exclusivité, clauses qui s'apparentent parfois à de la collusion. Il n'est pas sûr que les autorités de la concurrence voient d'un bon oeil de telles violations du droit de la concurrence¹. Troisièmement enfin, le détenteur du brevet initial peut souhaiter être lui-même l'auteur de l'amélioration et dans ce cas, un contrat *ex-ante* a peu de chances de se réaliser.

La complexité du problème de la configuration optimale du brevet dans le cas de deux innovations successives apparaît déjà au lecteur². Mais avant de procéder à l'analyse des différentes questions soulevées, il nous faut examiner une quatrième dimension du brevet.

4. Le degré d'inventivité pour l'attribution du brevet.

On sait que le degré d'inventivité est l'un des trois critères essentiels pour qu'une invention reçoive la protection du brevet, les deux autres étant la nouveauté et l'utilité. Comme la nouveauté, l'inventivité est jugée par les examinateurs des offices de brevets par rapport à l'état de l'art préexistant

¹Notons ici que ces violations peuvent également intervenir dans des contrats de licence *ex-post*. Songeons par exemple à ce qui se passe si l'amélioration est reconnue comme dépendante de l'innovation antérieure ("subservient") sans enfreindre totalement le brevet antérieur. Les deux innovations sont brevetées mais leurs brevets se bloquent mutuellement. Les deux innovateurs peuvent avoir intérêt à établir des *licences croisées* ou des contrats par lesquels le licencié promet au licencieur de lui fournir des licences exclusives sur ses propres innovations ultérieures (*grantbacks*). De telles situations peuvent être préjudiciables à la concurrence.

²Sur la complexité de ce problème, on pourra consulter Merges et Nelson (1990, 1994).

à l'invention et à l'ingéniosité qu'un homme de l'art doit déployer pour parvenir à l'innovation sur laquelle le déposant demande un titre de propriété. Quel rôle joue le degré d'inventivité dans le processus d'innovations successives ? Il est clair que le renforcement du degré d'inventivité peut empêcher qu'un certain nombre d'améliorations de faible ampleur soient brevetées. Le premier effet du renforcement du seuil d'inventivité est donc de restreindre le nombre d'innovations, dans la mesure où la perspective d'obtenir un titre de propriété intellectuelle diminue. Mais un second effet peut également apparaître. Le renforcement du critère d'inventivité conduit à un allongement de la durée effective pendant laquelle la première innovation reste protégée sur le marché. Ces deux effets jouent en sens inverse et comme toute innovation primaire est toujours l'innovation secondaire de celle qui l'a précédé, la question se pose de savoir quel est l'effet global du renforcement de l'exigibilité de l'inventivité sur le rythme du progrès technique.

Avant d'examiner une modélisation des différentes questions évoquées, explicitons quelque peu la manière dont elles se posent dans la réalité. Rappelons d'abord que c'est à l'occasion d'un procès en infraction que les tribunaux jugent si une invention enfreint ou non un brevet antérieur, en fonction bien sûr de l'évaluation que fait le tribunal du champ des revendications du brevet, mais également en fonction des valeurs respectives estimées des deux innovations. Les tribunaux ont tendance à considérer qu'une innovation améliorant un produit breveté enfreint le brevet si la valeur de l'amélioration est faible par rapport à celle du produit breveté. Inversement, l'amélioration n'est pas considérée par les tribunaux comme une infraction de la première innovation lorsque sa valeur relative est élevée³. Deux problèmes se posent. D'une part, la valeur relative de l'innovation d'amélioration n'est que prospective au moment où se pose le problème. D'autre part, en admettant que cette valeur relative soit connue, la question se pose de savoir si la pratique juridique fondée sur le critère de la valeur relative est justifiée sur le plan économique. Lorsque la deuxième innovation est jugée enfreignant la

³Illustrons ce qui précède par un cas explicité par Merges (1990) : *Westinghouse vs Boyden Power Brake Co*, 170 U.S. 537 (1898). Westinghouse a été le premier inventeur d'un système de freinage de trains. Boyden a été l'inventeur d'une amélioration substantielle de ce système de freinage. Partant de l'idée que la première invention ne s'est pas avérée être un succès ni sur le plan technique du freinage ni sur le plan commercial, la Cour Suprême américaine a considéré que l'invention de Boyden ne pouvait être considérée comme une infraction à l'invention de Westinghouse. Nous analysons dans la deuxième partie de chapitre la validité du critère des valeurs relatives des deux innovations.

première, le pouvoir de négociation du premier innovateur pour s'approprier les revenus issus de la deuxième innovation peut être suffisamment élevé pour mettre en danger le second innovateur. Comme nous le verrons, cette question est une composante importante du problème du partage du surplus global généré par les deux innovations.

Il nous faut également noter à ce stade que, dans certains cas, l'amélioration peut se voir accorder un brevet, sans être pour autant immunisée vis à vis d'un procès en infraction initié par le détenteur du brevet antérieur. Sans que l'infraction ne soit jugée totalement avérée, le second brevet est ainsi reconnu comme *dépendant* du premier (*subservient*) et dans ces conditions, l'amélioration ne peut être commercialisée sans l'accord du détenteur du premier brevet. Mais, à son tour, celui-ci ne peut non plus bénéficier de l'amélioration introduite sans le consentement du détenteur du brevet sur l'amélioration. Les deux brevets se "bloquent" mutuellement. Une possibilité pour sortir de ce blocage est de procéder à des accords de licence, simples ou croisés, entre les détenteurs des deux brevets.

Ce qui précède fait bien ressortir l'existence d'une longue série de questions qui se posent à propos de la configuration d'un brevet dans le cas d'innovations successives. Retenons cependant deux éléments essentiels qui nous serviront à structurer l'analyse développée dans ce chapitre. Premièrement, dans le cas de deux innovations successives, la question de la licence accordée ou non par le premier innovateur est cruciale. C'est d'elle que dépend le partage des profits entre les deux innovateurs. Faut-il concevoir un contrat de licence dans une perspective *ex-ante*, c'est à dire avant que le second innovateur n'ait engagé ses fonds en dépenses de R&D ou bien dans une perspective *ex-post*, c'est à dire après que les dépenses ont été engagées et que la deuxième innovation a été jugée enfreignant la première? Deuxièmement, comment juger si une innovation enfreint ou non celle qui la précède? La règle simple des valeurs relatives selon laquelle l'amélioration enfreint la protection accordée à la première innovation si et seulement si la valeur relative de la deuxième innovation est faible par rapport à celle de la première est soumise à la critique de l'analyse économique. Le contexte informationnel dans lequel ces deux questions sont examinées est bien entendu crucial. Il est clair par exemple que le premier innovateur, au moment où il dépose sa demande de brevet, ne connaît pas la nature de l'innovation suivante. On peut également raisonnablement penser qu'au moment où il décide d'engager des fonds, le second innovateur ne sait pas si son innovation sera ou non une infraction de la première. Enfin, le régulateur en charge de définir les règles

de la propriété intellectuelle ne dispose pas des informations privées relatives aux deux innovations.

C'est dans ce contexte que seront examinées les deux questions suivantes : Comment les contrats de licence affectent-ils le partage des profits entre les deux innovateurs ? (section 2). Dans quelle mesure l'application de la règle des valeurs relatives, combinée au traitement des clauses restrictives de concurrence s'éloigne-t-elle de l'optimum social défini par l'imposition d'une licence obligatoire à un prix réglementé ? (section 3)

2 Contrats de licence, coopération et partage des profits.

2.1 Présentation du cadre d'analyse.

L'analyse qui suit est inspirée de Green et Scotchmer (1995)⁴. Considérons une entreprise, notée 1, confrontée à la décision d'investir ou non pour réaliser un projet innovant. En investissant un coût fixe x_1 en dépenses de R&D, l'entreprise peut mettre au point une innovation de base lui permettant de s'approprier un flux de valeur v_1 par unité de temps, tant que l'innovateur est seul sur le marché et qu'il dispose d'un brevet lui assurant une certaine protection pendant une certaine durée. Ce flux de valeur v_1 est un indicateur de la valeur sociale de l'innovation de 1 en ce sens qu'il représente la disposition des consommateurs à payer le nouveau produit. Pour simplifier, on représente l'ensemble des consommateurs par un continuum de masse égale à 1 et on suppose que tous les consommateurs ont la même disposition à payer, de sorte que le flux de valeur sociale v_1 représente également le flux de profit par unité de temps que peut s'approprier l'innovateur tant qu'il est seul sur le marché. On remarquera qu'on n'explicite pas ici l'incertitude inhérente au processus technologique de l'innovation de 1. Toute l'incertitude à laquelle est confrontée la firme 1 est concentrée sur ce qui se passe après le dépôt d'un brevet. On note L la durée du brevet et v^* l'étendue de la protection accordée au brevet. Comme il s'agit d'une protection à l'encontre d'innovations futures ("forward protection"), cela signifie que toute innovation ultérieure qui apparaît durant la période L de protection du brevet et

⁴Une présentation simplifiée dans un cadre d'information complète figure dans S. Scotchmer (2004): Innovation and Incentives, The MIT Press, p. 135-142.

dont le supplément de valeur v_2 est tel que $v_2 < v^*$ sera considérée comme une infraction du brevet. La largeur du brevet v^* (*leading breadth*) représente donc ici le seuil qui permet de décréter si la seconde innovation enfreint ou non le brevet initial. On ne pose pas pour l'instant la question de savoir si cette règle simple est optimale ou non, question qui sera examinée dans la section suivante. Cette règle est donnée et le brevet accordé à la première innovation se trouve simplement défini par le couple (L, v^*) où L représente la durée et v^* l'étendue de la protection accordée au premier innovateur. La configuration (L, v^*) du brevet accordé est rendue publique et on suppose qu'elle est appliquée par les tribunaux en cas de litige.

Après le dépôt du brevet par la firme 1, une seconde firme notée 2 a une idée d'application ou d'amélioration de l'innovation de base de 1. Cette idée est caractérisée par deux paramètres; d'une part, le coût fixe x_2 de la recherche pour obtenir l'application ou l'amélioration de l'innovation précédente et, d'autre part, le supplément de valeur sociale v_2 que cette nouvelle innovation génère. La disposition à payer la nouvelle innovation par les consommateurs est donc donnée par $v_1 + v_2$, de sorte que v_2 mesure bien le supplément de valeur sociale générée par l'amélioration ou l'application de l'invention initiale. Avant d'entreprendre la recherche qui matérialise cette idée d'amélioration, la firme 2 ne connaît pas parfaitement v_2 . Elle sait simplement que v_2 est une variable aléatoire dont le support est $[0, \infty)$ et la fonction de répartition est $\Psi(v_2)$. A fortiori, l'entreprise 1, au moment où elle décide de réaliser ou non son innovation de base (x_1, v_1) ne sait pas non plus quelle sera la réalisation de v_2 . Elle sait simplement qu'il existe une possibilité d'amélioration dont le supplément de valeur v_2 suit la loi de distribution $\Psi(v_2)$. Cette distribution Ψ est supposée être connaissance commune des deux firmes. Notons que dans cette analyse, on exclut à priori le cas où la firme 1 puisse être elle-même l'auteur de l'amélioration.

L'existence d'une entreprise capable d'améliorer le produit nouveau pose deux problèmes spécifiques. Premièrement, s'il s'avère *ex-post* que l'innovation d'amélioration n'enfreint pas le brevet initial ($v_2 > v^*$), le premier innovateur se trouve concurrencé et les recettes qu'il obtient en situation de concurrence peuvent être insuffisantes pour couvrir les coûts de la première innovation. De ce fait, celle-ci pourrait ne pas voir le jour et par voie de conséquence l'amélioration non plus. Deuxièmement, si l'étendue de la protection v^* accordée au premier innovateur est rendue suffisamment grande pour que le risque de non-infraction soit minimisé, c'est à présent l'innovation de seconde génération qui risque de ne pas voir le jour, réduisant ainsi le rythme

du progrès technique.

Ces problèmes peuvent en partie être résolus par l'établissement de contrats de licence entre les entreprises 1 et 2. Deux types de contrats de licence sont envisagés, selon le moment auquel ils sont signés. Dans un contrat *ex-post*, les entreprises s'accordent sur le contrat après que l'entreprise 2 a engagé son investissement x_2 et selon que l'amélioration réalisée s'avère enfreindre ou non le brevet initial. Dans un contrat *ex-ante*, les entreprises signent un contrat de coopération avant que l'entreprise 2 n'ait engagé sa dépense et donc avant que l'incertitude sur l'infraction éventuelle ne soit résolue

1. Considérons d'abord un contrat de licence *ex-post*. Si la firme 2 obtient une amélioration de valeur v_2 , deux cas peuvent se produire selon que l'amélioration réalisée enfreint ou non le brevet initial.

1.1. Si l'amélioration v_2 n'enfreint pas le brevet initial (i.e. $v_2 > v^*$), la deuxième innovation est brevetée⁵ La probabilité d'un tel évènement est donc donnée par $1 - \Psi(v^*)$. Dans ce cas, les deux entreprises peuvent décider, soit de maintenir une concurrence entre elles, soit d'éviter une telle concurrence par une coopération prévoyant le partage de la valeur maximale $v_1 + v_2$ engendré par une exploitation commerciale commune.

1.2. Si l'amélioration v_2 enfreint le brevet initial (i.e. $v_2 \leq v^*$), l'entreprise 2 ne peut commercialiser son amélioration sans le consentement de la firme 1. La probabilité d'un tel évènement est $\Psi(v^*)$. Dans ce cas, l'entreprise 2 doit obtenir une licence accordée par l'entreprise 1 pour commercialiser son produit amélioré. Notons que le prix de cette licence *ex-post* n'est pas affecté par le montant de la dépense x_2 de R&D de l'entreprise 2 dans la mesure où cette dépense a déjà été réalisée au moment de la signature du contrat. On suppose que le prix de la licence et les conditions d'exploitation des deux produits sont le résultat d'un processus de négociation de Nash⁶.

2. Considérons ensuite un contrat de licence *ex-ante*. Avant même que l'entreprise 2 n'ait engagé sa dépense x_2 , l'entreprise 1 s'engage contractuelle-

⁵On remarquera que n'ayant pas introduit dans le modèle de seuil d'inventivité, l'amélioration v_2 est brevetée dès qu'elle n'enfreint pas l'étendue de la protection v^* du brevet initial.

⁶Rappelons que dans un processus de négociation de Nash entre deux joueurs dotés de pouvoirs identiques, la négociation consiste à se partager le montant global S que les deux joueurs peuvent obtenir en coopérant, sachant que les joueurs 1 et 2 peuvent s'assurer des gains respectifs d_1 et d_2 en cas de désaccord. Le pourcentage du surplus revenant à chaque partie dépend de son habileté à négocier. Ici, nous supposons un partage égal du surplus. Le résultat de la négociation de Nash conduit aux gains respectifs $g_1 = d_1 + \frac{1}{2}[S - (d_1 + d_2)]$ et $g_2 = d_2 + \frac{1}{2}(S - (d_1 + d_2))$.

ment auprès de l'entreprise 2 à lui céder une licence au cas où l'amélioration de 2 enfreint le brevet de 1. C'est donc un contrat contingent⁷. Cette fois, le montant x_2 affecte le prix de la licence. A nouveau, le montant de la licence et ses conditions d'exploitation sont déterminés par un processus de négociation de Nash. Par ailleurs, le contrat contingent peut être plus large qu'une simple licence. Par exemple, il peut prendre dès le départ la forme d'un laboratoire commun ("*joint venture*") aux deux entreprises pour mener la recherche d'une amélioration en commun et prévoyant lequel des deux produits sera vendu et la répartition du profit correspondant entre les deux entreprises.

Introduisons à ce stade quelques notations et hypothèses.

2.2 Notations et hypothèses.

Tant que l'une seulement des deux innovations est commercialisée, on note $\pi_1^m(v_1, L)$ (respectivement $\pi_2^m(v_2, L)$) le profit de la firme 1 (resp. 2) actualisé sur la durée de vie L lorsque la firme 1 (resp. 2) est seule sur le marché. Notons bien que sous les hypothèses retenues ces profits correspondent aux valeurs sociales actualisées des deux innovations lorsque seule l'une des deux est sur le marché. Ainsi $\pi_1^m(v_1, L) = \int_0^L v_1 \exp(-rs) ds = v_1 \frac{1 - \exp(-rL)}{r}$. Dans ce contexte particulier, le profit de monopole et la valeur sociale sont donc équivalents. Le profit de monopole $\pi_2^m(v_2, L)$ représente le profit joint qui serait obtenu si les deux entreprises décidaient de coopérer en formant par exemple une entreprise commune ("*joint venture*") en vue d'une commercialisation jointe du produit amélioré au prix $v_1 + v_2$. Cependant, si les deux innovations sont en concurrence sur le marché, les deux innovateurs ne peuvent plus capturer la valeur sociale de leurs innovations respectives. On note $\pi_1^c(v_1, L)$ et $\pi_2^c(v_2, L)$ les profits actualisés de concurrence des deux firmes pendant la durée de vie L de leurs deux brevets respectifs. On a supposé pour simplifier que la date d'entrée de la firme 2 suit immédiatement la date de dépôt de la firme 1.

On introduit à présent quelques hypothèses sur les profits des deux firmes.

$$H_1 : \pi_1^m(v_1, L) \geq \pi_1^c(v_1, L) \quad \forall (v_1, L)$$

⁷On n'envisage pas ici le cas d'un contrat qui serait signé après que l'investissement x_2 ait été effectué mais avant que la valeur de v_2 ne soit réalisée. Un contrat de ce type aurait une fonction d'assurance, c'est à dire de partage des risques entre 1 et 2.

$$H_2 : \pi_2^m(v_2, L) \geq \pi_1^m(v_1, L) \quad \forall (v_1, L), \forall v_2 > 0$$

$$H_3 : \pi_2^m(v_2, L) \geq \pi_1^c(v_1, L) + \pi_2^c(v_2, L) \quad \forall (v_1, L), \forall v_2 > 0$$

H_4 : Les fonctions $\pi_i^m(v_i, L)$ et $\pi_i^c(v_i, L)$ sont croissantes en L , pour $i = 1, 2$

L'interprétation de ces hypothèses est immédiate. H_1 exprime que l'innovateur 1 a un profit au moins aussi élevé quand il est seul sur le marché que lorsqu'il est en concurrence avec l'innovateur 2. H_2 exprime que le profit réalisé en commercialisant uniquement le produit amélioré (et donc en retirant le produit initial du marché) est au moins égal au profit réalisé en ne commercialisant que le produit initial. L'implication de cette hypothèse est qu'elle favorise un accord entre les deux entreprises pour ne commercialiser que le produit amélioré sachant que l'accord doit préciser le partager du gain correspondant. H_3 exprime qu'en mettant en place une entreprise de commercialisation jointe du produit amélioré, le profit joint est au moins égal à la somme des profits des deux entreprises en concurrence. Dans l'optique des deux entreprises, une telle coopération est donc Pareto optimale. Enfin, l'hypothèse H_4 exprime que les profits de monopole actualisés sur la période d'exercice du brevet croissent avec la longueur de cette période.

On introduit à présent les notions de gain net incrémental et de gain net total.

2.3 Gain net incrémental et gain net total.

1. Le *bénéfice incrémental* de l'innovation de deuxième génération est mesuré par la différence $\pi_2^m(v_2, L) - \pi_1^m(v_1, L)$. Cette différence (positive d'après H_2) représente l'accroissement de valeur que génère l'innovation v_2 . Elle doit être comparée au coût de cette innovation x_2 de sorte que la différence $GNI = \pi_2^m(v_2, L) - \pi_1^m(v_1, L) - x_2$ mesure le *gain net incrémental* de la deuxième innovation. Si ce gain net incrémental est positif, la deuxième innovation est socialement justifiée⁸.

⁸Un cas particulier que nous envisageons dans la suite est celui où la valeur de la première innovation ne tire son origine que du fait qu'elle permet la réalisation de la

2. Le *gain net global* généré par le système des deux innovations est donné par la différence entre la valeur maximale que le système des deux innovations successives permet, à savoir $\pi_2^m(v_2, L)$, et la somme des coûts $x_1 + x_2$ nécessaires à la réalisation des deux innovations. Le *gain net global* des deux innovations est ainsi défini par la différence $GNG = \pi_2^m(v_2, L) - (x_1 + x_2)$. Le système formé des deux innovations successives est socialement justifié si $GNG > 0$.

Remarquons que le système des deux innovations successives peut être socialement justifié même si la première innovation prise isolément ne génère pas suffisamment de valeur pour recouvrir son coût ($\pi_1^m(v_1, L) < x_1$). C'est cette possibilité qui confère au problème des innovations successives toute sa spécificité.

Nous supposons qu'il existe une durée de la protection L suffisamment longue pour justifier l'investissement initial x_1 lorsqu'on prend en compte le bénéfice incrémental de la deuxième innovation. En d'autres termes l'investissement x_1 est socialement justifié s'il existe une valeur de L telle que $\pi_1^m(v_1, L) - x_1 + E_{v_2}[\max\{GNI, 0\}] > 0$.

Le problème posé est alors celui du partage entre les deux innovateurs du gain net global GNG du système des deux innovations, sachant que le gain net incrémental de la deuxième innovation GNI doit être positif ou nul. Ce partage issu de la négociation est déterminé par les paramètres retenus du brevet, à savoir la longueur L , la largeur v^* et la distribution Ψ .

2.4 Forme extensive du jeu.

Le problème se présente comme un jeu à plusieurs étapes et à information incomplète dont la forme extensive est la suivante. A la première étape, la firme 1 décide d'introduire ou non son innovation (sommet initial noté S_1 dans l'arbre du jeu). Si elle ne l'introduit pas, il n'y a ni innovation primaire, ni innovation secondaire, et on atteint le sommet terminal S_2 de l'arbre du jeu où les gains des deux firmes sont nuls. Si elle l'introduit, débute alors la deuxième étape du jeu (sommet S_3 de l'arbre). La firme 1 qui a introduit son nouveau produit et la firme 2 qui a une idée d'amélioration possible, représentée par le couple (x_2, v_2) , décident soit d'établir une coopération, soit de poursuivre leurs choix de manière non coopérative. Cette décision est

deuxième innovation. Cette situation illustre le cas où la première innovation produit de la connaissance pure tandis que la deuxième innovation correspond à une application commercialisable.

prise *ex-ante*, c'est à dire avant que la firme 2 n'engage sa dépense. Si elles coopèrent *ex-ante*, on atteint un sommet terminal S_4 de l'arbre du jeu et les gains des deux firmes sont le résultat de la négociation qui sera explicitée plus loin. Si elles ne coopèrent pas *ex-ante* (sommet S_5 de l'arbre), la firme 2 décide d'investir ou non dans le projet d'amélioration. Si elle n'investit pas, on atteint un sommet terminal S_6 du jeu en lequel la firme 1 est en situation de monopole pour son produit innovant. Le gain de la firme 1 est alors $\pi_1^m(v_1, L) - x_1$ et celui de la firme 2 est nul. Si la firme 2 investit, débute alors la troisième étape du jeu. L'innovation d'amélioration v_2 est réalisée et on découvre *ex-post* si elle enfreint ou non le brevet initial (sommet S_7 de l'arbre). Si elle l'enfreint (sommet S_8 de l'arbre), les deux firmes décident ou non de négocier une licence *ex-post*. Si elles négocient *ex-post* l'octroi d'une licence, on atteint un sommet terminal S_9 de l'arbre et les deux firmes obtiennent les gains correspondant au résultat de la négociation qui sera déterminé plus loin. Si elles ne parviennent pas *ex-post* à négocier l'octroi d'une licence, la firme 1 se retrouve en position de monopole au sommet terminal S_{10} de l'arbre où le gain de la firme 1 est $\pi_1^m(v_1, L) - x_1$ et la perte de la firme 2 est $-x_2$. Enfin si l'amélioration n'enfreint pas le brevet initial, les deux firmes se font concurrence et obtiennent les gains correspondants au sommet terminal S_{11} du jeu, c'est à dire $\pi_1^c(v_1, L) - x_1$ pour la firme 1 et $\pi_2^c(v_2, L) - x_2$ pour la firme 2.

Le lecteur pourra s'aider de la représentation de la forme extensive du jeu construite selon les indications qui précèdent. On se propose de déterminer un équilibre parfait en sous-jeux dont la recherche se fait par induction vers l'amont.

2.5 Accord *ex-post* sur une licence (S_9).

Déterminons les gains des deux firmes au sommet terminal S_9 de l'arbre. L'histoire du jeu ayant conduit à ce sommet terminal est la suivante. Les deux entreprises ont introduit leurs produits respectifs, aucun accord *ex-ante* ne s'est réalisé, l'amélioration de la firme 2 se trouve enfreindre le brevet initial ($v_2 < v^*$) et les deux entreprises sont parvenues à négocier un contrat *ex post*. La négociation de Nash se définit en premier lieu par le point de statu-quo (ou encore point de menace) qui exprime les exigences minimales de chaque

Figure 1:

firme et, en second lieu, par le supplément de gain à partager en cas d'accord. Concernant le point de statu-quo, la firme 1 a la possibilité de commercialiser seule son produit et d'empêcher la firme 2 d'introduire le produit en infraction (alors même que la dépense x_2 a déjà été engagée). Les gains respectifs des deux firmes sont donc $d_1 = \pi_1^m(v_1, L) - x_1$ et $d_2 = -x_2$ ⁹. Notons que ces gains sont également ceux obtenus au sommet terminal S_{10} en cas d'impossibilité de parvenir à un accord dans la négociation *ex-post*. Concernant le supplément de gain à se partager en cas d'accord, les hypothèses H_1 à H_3 conduisent les deux firmes à s'accorder pour ne commercialiser que le produit amélioré et à se répartir le bénéfice incrémental généré par l'innovation 2 et donné par $\pi_2^m(v_2, L) - \pi_1^m(v_1, L)$. La solution de négociation de Nash au sommet S_9 conduit donc aux gains respectifs G_1^9 et G_2^9 des deux firmes (l'indice supérieur 9 se réfère au sommet S_9)¹⁰ :

$$G_1^9 = \pi_1^m(v_1, L) - x_1 + \frac{1}{2}[\pi_2^m(v_2, L) - \pi_1^m(v_1, L)]$$

⁹Remarquons bien qu'au point de statu quo, la firme 2 fait une perte égale à $-x_2$ puisque la dépense x_2 a déjà été engagée au moment de la négociation *ex-post*

¹⁰On adopte dans ce qui suit les notations suivantes. Un gain effectif est noté par la lettre G tandis qu'une espérance de gain est notée par la lettre E . L'indice inférieur est relatif à la firme et l'indice supérieur au sommet de l'arbre où ce gain effectif ou cette espérance de gain sont évalués.

$$G_2^9 = -x_2 + \frac{1}{2}[\pi_2^m(v_2, L) - \pi_1^m(v_1, L)]$$

Si l'amélioration se trouve enfreindre le brevet initial ($v_2 < v^*$) et que les deux entreprises ne parviennent pas à négocier un contrat *ex post* (sommets S_{10} de l'arbre), l'amélioration se trouve exclue du marché et les gains des deux firmes sont donnés par le point de statu quo:

$$G_1^{10} = d_1 = \pi_1^m(v_1, L) - x_1$$

$$G_2^{10} = d_2 = -x_2$$

L'hypothèse H_2 assure que $G_1^9 \geq G_1^{10}$ et $G_2^9 \geq G_2^{10}$. On en déduit un premier résultat :

Proposition 1 *En l'absence de contrat ex-ante, lorsque l'entreprise 2 investit et qu'il s'avère que son innovation enfreint le brevet initial, chacune des deux firmes a intérêt à négocier un contrat ex-post conduisant aux gains donnés par (G_1^9, G_2^9) .*

Une remarque importante s'impose ici. Du point de vue social, l'amélioration de l'innovation initiale est souhaitable si le bénéfice incrémental qu'elle engendre est supérieur au coût qu'elle nécessite. L'amélioration est donc socialement souhaitable dès lors que $\pi_2^m(v_2, L) - \pi_1^m(v_1, L) > x_2$. Si on compare avec le gain G_2^9 obtenu par la firme 2 dans un contrat *ex-post*, il apparaît a-priori qu'une amélioration socialement souhaitable peut ne pas voir le jour si le gain que s'approprie 2 dans le contrat *ex-post* est insuffisant pour couvrir le coût. Ce cas se produit lorsque :

$$\frac{1}{2}[\pi_2^m(v_2, L) - \pi_1^m(v_1, L)] < x_2 < [\pi_2^m(v_2, L) - \pi_1^m(v_1, L)]$$

Ce raisonnement est cependant erroné car ce qui compte pour la firme 2 dans sa décision d'introduire ou non son projet d'amélioration (sommets S_5 de l'arbre) c'est son espérance de gain. En effet, le gain de la firme 2, évalué au moment où elle décide de lancer ou non son projet d'amélioration (sommets

S_5) dépend de la variable aléatoire v_2 dont la réalisation est inconnue au moment du lancement de l'innovation d'amélioration. La firme 2 ne sait pas si $v_2 < v^*$ (innovation enfrenante) ou si $v_2 \geq v^*$ (innovation non enfrenante). Cette espérance de gain *ex-ante* est donnée par :

$$E_2^5(v^*) = \int_0^{v^*} \frac{1}{2} [\pi_2^m(v_2, L) - \pi_1^m(v_1, L)] d\Psi(v_2) + \int_{v^*}^{\infty} \pi_2^c(v_2, L) d\Psi(v_2) - x_2$$

C'est l'espérance de gain de la firme 2 en l'absence de contrat *ex-ante*. Il est possible que ce gain espéré $E_2^5(v^*)$ évalué au sommet S_5 soit positif, auquel cas l'amélioration est entreprise dans une perspective *ex-ante* et qu'en même temps le gain effectif G_2^9 de la firme 2 obtenu en cas d'infraction suivie d'une négociation (sommet terminal S_9) soit négatif. Mais il est également possible que le gain espéré $E_2^5(v^*)$ soit négatif, auquel cas la firme 2 ne réalise pas son investissement d'amélioration. Dans ce cas, on pourrait penser qu'en réduisant au maximum la largeur v^* du brevet de manière à ce que l'infraction n'ait jamais lieu ($v^* = 0$) on résout le problème. Mais ceci est encore erroné car, dans ce cas, un autre problème surgit, celui de l'incitation de la firme 1 à introduire son nouveau produit. En effet, si $v^* = 0$, le gain de la firme 1 dans une perspective excluant toute infraction (sommet terminal S_{11}) conduite à un gain $G_1^{11} = \pi_1^c(v_1, L) - x_1 < 0$. Il est en effet tout à fait possible que ce gain G_1^{11} soit négatif, car un produit initial 1 concurrencé par le produit amélioré 2 peut ne pas être suffisamment rentable même si $L = \infty$. Cela se produirait notamment si le produit initial a une faible valeur commerciale (v_1 proche de 0) et que la véritable valeur de l'innovation 1 réside dans l'amélioration qu'elle permet. Mais dans ce cas, si le produit initial n'est pas introduit, l'amélioration ne peut exister ! Ainsi, il ne suffit pas de réduire au maximum l'étendue de la protection initiale pour assurer une espérance de gain positive à l'innovation de deuxième génération, car c'est l'innovation initiale qui risque alors de ne pas voir le jour.

2.6 Accord *ex-ante*.

Déterminons à présent les gains des deux firmes au sommet terminal S_4 de l'arbre. L'histoire du jeu ayant conduit à ce sommet est la suivante. La firme 1 a introduit son nouveau produit (x_1, v_1) . Elle est en contact avec une autre firme (firme 2) qui a une idée d'amélioration (x_2, v_2) , mais la vraie valeur de v_2 est inconnue des deux firmes. Les deux firmes décident néanmoins de passer un accord *ex-ante* entre elles. La négociation de cet accord peut prendre la

forme suivante. D'abord, la firme 2 peut menacer de ne pas entreprendre son projet d'amélioration si elle n'obtient pas un gain suffisant, auquel cas la firme 1 se voit privée d'une partie des recettes qu'elle espérait s'approprier. Avant de déterminer le montant de ce gain minimal pour que la firme 2 participe à la négociation *ex-ante*, remarquons que la firme 2 se trouve dans une meilleure position de négociation dans un contrat *ex-ante*, *c'est à dire* avant qu'elle n'ait engagé son investissement, que dans un contrat *ex-post*.

Pour déterminer ce que serait le résultat de cette négociation *ex-ante*, distinguons deux cas selon que la firme 2 entreprend ou non son projet, en l'absence de contrat *ex-ante*. Cela dépend donc du signe de l'expression de $E_2^5(v^*)$ déterminée précédemment.

2.6.1 Premier cas : $E_2^5(v^*) > 0$.

Dans ce cas, la firme 2 entreprend son innovation en l'absence de contrat *ex-ante*. Deux sous-cas sont à distinguer.

1.1 Si l'amélioration v_2 n'enfreint pas le brevet initial ($v_2 > v^*$), les deux firmes 1 et 2 sont alors en concurrence. Le contrat de négociation *ex-ante* a pour objectif d'éviter cette concurrence. Le point de statu quo est déterminé dans ce cas par le couple de gains $(\pi_1^c(v_1, L) - x_1, \pi_2^c(v_2, L) - x_2)$ et le supplément de profit à partager en ne commercialisant que le produit amélioré plutôt que de laisser les deux produits se concurrencer est donné par $\pi_2^m(v_2, L) - (\pi_1^c(v_1, L) + \pi_2^c(v_2, L))$. Le résultat de la négociation de Nash consiste à se partager à parts égales cette variation de profit. On aboutit ainsi aux gains respectifs :

$$G_1^5(v_2 > v^*) = \pi_1^c(v_1, L) + \frac{1}{2}[\pi_2^m(v_2, L) - \pi_1^c(v_1, L) - \pi_2^c(v_2, L)] - x_1$$

$$G_2^5(v_2 > v^*) = \pi_2^c(v_2, L) + \frac{1}{2}[\pi_2^m(v_2, L) - \pi_1^c(v_1, L) - \pi_2^c(v_2, L)] - x_2$$

Comme on est dans le cas où la firme 2 entreprend son amélioration même en l'absence de contrat *ex-ante* ($E_2^5(v^*) > 0$) on a $\pi_2^c(v_2, L) - x_2 > 0$ et d'après H_3 , $G_2^5(v_2 > v^*) > 0$. Mais, toujours d'après H_3 , le gain de 1 est alors inférieur au gain net maximal engendré par les deux innovations qui est donné par $\pi_2^m(v_2, L) - x_1 - x_2$ ¹¹.

¹¹Pour le voir, utilisons l'hypothèse H_3 : $\pi_1^c(v_1, L) < \pi_2^m(v_2, L) - \pi_2^c(v_2, L)$. Donc:

On aboutit ainsi à la proposition suivante:

Proposition 2 *Dans une négociation ex-ante sur un contrat de licence, un accord acceptable par une firme 2 dont le produit n'enfreindrait pas le brevet contraint la firme 1 à obtenir moins que le gain net engendré par les deux innovations, alors que la firme 1 aurait obtenu ce gain si elle améliorait elle-même son innovation initiale.*

1.2 Supposons à présent que l'amélioration v_2 enfreint l'innovation initiale ($v_2 < v^*$). Dans ce cas, la firme 2 ne peut concurrencer *ex-post* la firme 1 sans son autorisation. Caractérisons alors la négociation *ex-ante*. D'une part, le point de statu-quo de la négociation *ex-ante* est celui correspondant au refus d'un accord. Il garantit le couple de gains donné par $(\pi_1^m(v_1, L) - x_1, -x_2)$. D'autre part, le surplus de profit que permet un accord est donné par le bénéfice incrémental de la deuxième innovation $\pi_2^m(v_2, L) - \pi_1^m(v_1, L)$. La solution de la négociation *ex-ante* conduit alors aux mêmes gains que ceux obtenus au sommet terminal S_9 correspondant à la négociation *ex-post* :

$$G_1^5(v_2 < v^*) = G_1^9 = \pi_1^m(v_1, L) - x_1 + \frac{1}{2}[\pi_2^m(v_2, L) - \pi_1^m(v_1, L)]$$

$$G_2^5(v_2 < v^*) = G_2^9 = -x_2 + \frac{1}{2}[\pi_2^m(v_2, L) - \pi_1^m(v_1, L)]$$

Pour que la firme 2 accepte cette solution, il faut que $G_2^5(v_2 < v^*) \geq 0$, c'est à dire $\frac{1}{2}\pi_1^m(v_1, L) \leq \frac{1}{2}\pi_2^m(v_2, L) - x_2$. Mais dans ce cas $G_1^5(v_2 < v^*) = \pi_1^m(v_1, L) + \frac{1}{2}[\pi_2^m(v_2, L) - \pi_1^m(v_1, L)] - x_1 \leq \pi_2^m(v_2, L) - x_1 - x_2$.

Ainsi, dans une négociation *ex-ante*, l'exigence de 2 dans le cas où son produit améliorant viendrait à enfreindre le brevet initial contraint le gain de la firme 1 à être au plus égal au gain net maximal engendré par le système des deux innovations, gain maximal qui aurait pu, rappelons le, être approprié par la firme 1 si elle était également l'auteur de l'amélioration. C'est ce que traduit l'inégalité $G_1^5(v_2 < v^*) \leq \pi_2^m(v_2, L) - x_1 - x_2$

$$\begin{aligned} G_1^5(v_2 > v^*) &= \pi_1^c(v_1, L) + \frac{1}{2}[\pi_2^m(v_2, L) + \pi_1^c(v_1, L) - \pi_2^c(v_2, L)] - x_1 < \frac{1}{2}[2\pi_2^m(v_2, L) - \\ & 2\pi_2^c(v_2, L)] - x_1 \\ &= \pi_2^m(v_2, L) - \pi_2^c(v_2, L) - x_1 < \pi_2^m(v_2, L) - x_1 - x_2. \text{ Au total, on a donc } G_1^5(v_2 > v^*) < \\ & \pi_2^m(v_2, L) - x_1 - x_2 \end{aligned}$$

1.3 Au total, dans une négociation *ex-ante* où l'entrée de 2 se réalise même en l'absence de contrat *ex-ante* ($E_2^5(v^*) > 0$), les espérances de gain des deux firmes sont données par

$$E_1^4 = G_1^5(v_2 < v^*) \Pr(v_2 < v^*) + G_1^5(v_2 > v^*) \Pr(v_2 > v^*)$$

$$E_2^4 = G_2^5(v_2 < v^*) \Pr(v_2 < v^*) + G_2^5(v_2 > v^*) \Pr(v_2 > v^*)$$

Puisque chacun des gains du membre de droite de l'expression de E_1^4 , à savoir $G_1^5(v_2 < v^*)$ et $G_1^5(v_2 > v^*)$, est majoré par $\pi_2^m(v_2, L) - x_1 - x_2$, la moyenne E_1^4 l'est également. Donc :

$$E_2^5(v^*) > 0 \implies E_1^4 < \pi_2^m(v_2, L) - x_1 - x_2$$

En résumé, pour qu'une négociation *ex-ante* soit acceptée par la firme 2 qui entrerait sur le marché même en l'absence de contrat *ex-ante*, la firme 1 doit se contenter de moins que le gain net global généré par les deux innovations, donné par $\pi_2^m(v_2, L) - x_1 - x_2$, gain que la firme 1 aurait pu obtenir si elle était l'auteur de l'amélioration.

2.6.2 Deuxième cas : $E_2^5(v^*) < 0$.

Dans ce cas, la firme 2 n'introduit pas son innovation en l'absence de contrat *ex-ante*. Ce cas se produit lorsque le gain qu'obtient la firme 2 au sommet S_5 est négatif, i.e. $G_2^5(v_2 < v^*) = -x_2 + \frac{1}{2}[\pi_2^m(v_2, L) - \pi_1^m(v_1, L)] < 0$. Dans ce cas, la négociation *ex-ante* prend la forme suivante. D'une part, le gain minimal que 1 peut s'assurer en refusant de négocier est $\pi_1^m(v_1, L) - x_1$, tandis que le gain minimal que 2 peut s'assurer en refusant de négocier est égal à 0¹². D'autre part, la variation de profit en cas d'accord est donnée par $\pi_2^m(v_2, L) - x_2 - \pi_1^m(v_1, L)$.

Supposons que cette variation de profit à partager soit positive $\pi_2^m(v_2, L) - x_2 - \pi_1^m(v_1, L) > 0$. Cela signifie que le bénéfice incrémental de l'amélioration,

¹²Notons bien que le gain minimal de la firme 2 est égal à 0 et non plus $-x_2$ car on se situe à présent dans le contexte d'un contrat *ex-ante*.

à savoir $\pi_2^m(v_2, L) - \pi_1^m(v_1, L)$ est supérieur au coût x_2 de cette amélioration. La négociation *ex-ante* a lieu dans ce cas et elle conduit aux gains respectifs des deux firmes :

$$G_1^4 = \pi_1^m(v_1, L) - x_1 + \frac{1}{2}[\pi_2^m(v_2, L) - x_2 - \pi_1^m(v_1, L).]$$

$$G_2^4 = -x_2 + \frac{1}{2}[\pi_2^m(v_2, L) - x_2 - \pi_1^m(v_1, L).]$$

La firme 2 accepte la négociation *ex-ante* si et seulement si $G_2^4 > 0$. On remarque par ailleurs que la somme des gains que peuvent s'assurer les deux firmes dans une négociation *ex-ante* est donnée par $G_1^4 + G_2^4 = \pi_2^m(v_2, L) - x_1 - x_2 = GNG$. Cette expression est le gain net global engendré par le système des deux innovations successives. Une valeur positive de cette différence signifie que la somme des dépenses nécessaires ($x_1 + x_2$) pour obtenir les deux innovations est au moins couverte par la valeur maximale $\pi_2^m(v_2, L)$ obtenue en évitant la concurrence entre les deux innovateurs. Supposons que la durée L du brevet soit fixée à un niveau tel qu'elle permette à la valeur maximale $\pi_2^m(v_2, L)$ de couvrir les coûts sans laisser d'excédent. Cette durée serait donc la durée socialement optimale. La valeur de L serait ainsi la solution de l'équation $\pi_2^m(v_2, L) - x_1 - x_2 = 0$. Mais dans ce cas, comme $G_1^4 + G_2^4 = 0$ et que $G_2^4 > 0$, on en déduit $G_1^4 < 0$.

Donc, la durée socialement optimale du brevet n'est pas suffisante pour inciter la firme 1 à introduire son nouveau produit, si elle n'est pas également l'auteur de l'innovation du produit amélioré. Il faut accroître la durée de vie du brevet par rapport à l'optimum social lorsque les innovations successives sont le fait d'entreprises distinctes. Ce résultat est résumé dans la proposition suivante :

Proposition 3 *Lorsque l'innovation initiale et son amélioration sont réalisées par deux entreprises distinctes, la durée de vie du brevet doit être plus longue que la durée socialement optimale. Elle ne lui est égale que si les deux innovations sont réalisées par la même entreprise.*

On peut résumer ce qui précède en disant que les accords *ex-ante* offrent l'avantage d'accroître les espérances de profit des deux firmes sans en traverser pour autant la recherche pour l'innovation secondaire. Mais même en

présence d'accords *ex-ante*, il y a trois raisons qui empêchent l'innovateur initial de récupérer la valeur nette du système des deux innovations, alors même que la première innovation est nécessaire à la production de la deuxième.

Premièrement, si l'innovation secondaire n'enfreint pas le brevet initial, elle exerce une pression concurrentielle qui vient limiter la valeur appropriée par l'innovateur primaire dans la mesure où celui-ci ne peut collecter un quelconque revenu issu de la vente du produit amélioré.

Deuxièmement, si le gain incrémental net de l'amélioration est positif ($\pi_2^m(v_2, L) - \pi_1^m(v_1, L) > x_2$), le second innovateur a toujours intérêt à introduire son amélioration même si celle-ci constitue *ex-post* une infraction du brevet initial. Dans ce cas, le second innovateur est simplement contraint à négocier un contrat de licence auprès du premier innovateur.

Troisièmement, si le second innovateur a un talent ou une capacité spécifique pour développer l'amélioration, il est en mesure de s'approprier une part importante du bénéfice incrémental de l'amélioration.

2.7 Etendue optimale de la protection.

Supposons que la durée du brevet soit la durée socialement optimale, c'est à dire la valeur de L solution de l'équation $\pi_2^m(v_2, L) - x_1 - x_2 = 0$. Posons nous alors la question de l'étendue de la protection v^* qu'il convient d'accorder au brevet de la firme 1 pour l'inciter à introduire son innovation de base, face à la menace d'entrée d'un concurrent avec un produit amélioré. Deux résultats différents émergent selon la structure de l'information disponible.

Si l'information est complète, c'est à dire si la réalisation de v_2 est connue au moment où la firme 1 décide d'introduire son innovation de base, alors une étendue de la protection infinie $v^* = \infty$ est optimale. En effet, une étendue infinie de la protection signifie que toute amélioration ou toute application enfreint le brevet. Nous avons montré dans la proposition précédente que la position de la firme 1 dans une négociation *ex-ante* est toujours meilleure dans les situations où le produit amélioré enfreint le brevet initial. Si $v^* = \infty$, le gain de 1 dans la négociation *ex ante* est donné par

$$G_1^A = \begin{cases} \frac{1}{2}[\pi_2^m(v_2, L) + \pi_1^m(v_1, L) - x_2] - x_1 & \text{si } x_2 > 0 \\ \pi_1^m(v_1, L) - x_1 & \text{si } x_2 = 0 \end{cases}$$

Comme la durée de vie L satisfait l'équation $\pi_2^m(v_2, L) - x_1 - x_2 = 0$, on en déduit que le gain que s'assure 1, en présence d'une étendue de la protection

infinie, est

$$G_1^4 = \begin{cases} \frac{1}{2}(\pi_1^m(v_1, L) - x_1) & \text{si } x_2 > 0 \\ \pi_1^m(v_1, L) - x_1 & \text{si } x_2 = 0 \end{cases}$$

En information complète, le gain de 1 dans la négociation *ex-ante* ne dépend donc que de ses perspectives de gain isolées ("stand alone profit").

Passons à présent au cas où l'information est incomplète et supposons qu'elle le soit au double sens suivant: d'une part, comme nous l'avons supposé jusqu'à présent, la réalisation de v_2 est inconnue au moment où la firme 1 décide d'introduire son innovation de base; d'autre part, le coût x_2 est également non observé à ce même moment. C'est l'élément nouveau que nous introduisons ici. On suppose que le coût x_2 est distribué sur un intervalle $[\underline{x}_2, \infty[$ avec une fonction de répartition Φ , la borne inférieure \underline{x}_2 du support correspondant au plus faible coût nécessaire pour entreprendre une innovation d'amélioration. Supposons de plus que le gain incrémental de l'amélioration $\pi_2^m(v_2, L) - \pi_1^m(v_1, L)$ est juste égal au profit en situation de concurrence. Cela revient donc à considérer que $\pi_2^m(v_2, L) - \pi_1^m(v_1, L) = \pi_1^c(v_1, L) = \pi_2^c(v_2, L)$. On a donc supposé que les deux firmes font le même profit en concurrence.

Plaçons nous dans la situation la plus défavorable où l'espérance du surplus de valeur que partagent les deux firmes dans le cas d'une négociation *ex-post* est inférieure ou égale à la dépense x_2 , quelque soit le montant de cette dépense $E_{v_2} \left\{ \frac{1}{2} [\pi_2^m(v_2, L) - \pi_1^m(v_1, L)] \right\} - x_2 \leq 0 \quad \forall x_2 \geq \underline{x}_2$. Comme $\pi_2^m(v_2, L) - \pi_1^m(v_1, L) = \pi_2^c(v_2, L)$, cette condition s'écrit $E_{v_2} \left\{ \frac{1}{2} \pi_2^c(v_2, L) \right\} - x_2 \leq 0, \forall x_2 \geq \underline{x}_2$. Montrons alors qu'il suffit d'une étendue finie de la protection ($v^* < \infty$) pour inciter les deux firmes à introduire leurs innovations respectives, sans qu'il ne soit nécessaire d'étendre la durée de vie socialement optimale du brevet donnée par la solution en L de l'équation $E_{v_2} [\pi_2^m(v_2, L)] = x_1 + E(x_2)$.

Si la firme 2 entre en l'absence d'accord *ex-ante*, son espérance de gain est donnée par

$$E_2^5(v^*) = \int_0^{v^*} \frac{1}{2} [\pi_2^m(v_2, L) - \pi_1^m(v_1, L)] d\Psi(v_2) + \int_{v^*}^{\infty} \pi_2^c(v_2, L) d\Psi(v_2) - x_2.$$

Si $E_{v_2} [\pi_2^c(v_2, L)] \leq x_2$ pour toute valeur de x_2 , aucune politique de brevet ne pourrait induire l'entrée de 2. On doit donc supposer qu'au moins pour la plus petite valeur possible de x_2 , que l'on a noté \underline{x}_2 , on a $E_{v_2} [\pi_2^c(v_2, L)] > \underline{x}_2$. Dans ces conditions, on a : $E_{v_2} [\frac{1}{2} \pi_2^c(v_2, L)] - \underline{x}_2 < 0 < E_{v_2} [\pi_2^c(v_2, L)] - \underline{x}_2$.

On en déduit qu'il existe une valeur finie \widehat{v}^* telle que $\int_{\widehat{v}^*}^{\infty} \pi_2^c(v_2, L)d\Psi(v_2) + \int_0^{\widehat{v}^*} \frac{1}{2}\pi_2^c(v_2, L)d\Psi(v_2) - \underline{x}_2 = 0$.

Pour toutes les idées d'amélioration exigeant un niveau de dépense $x_2 > \underline{x}_2$, le brevet de largeur \widehat{v}^* conduit au même profit de la firme 1 que le brevet de largeur infinie $v^* = \infty$, à savoir $\max\{\frac{1}{2}[E_{v_2}\pi_2^c(v_2, L) - x_2], 0\}$ car sans accord *ex-ante*, une firme 2 ayant une idée (x_2, v_2) telle que $x_2 > \underline{x}_2$ ne peut entrer, et dans l'accord *ex-ante*, les deux firmes se partagent $E_{v_2}\pi_2^c(v_2, L) - x_2$

Pour l'idée caractérisée par $x_2 = \underline{x}_2$, la firme 1 obtient un profit plus élevé avec un brevet de largeur \widehat{v}^* qu'avec un brevet de largeur infinie $v^* = \infty$. La raison en est la suivante. Avec un brevet de largeur infinie $v^* = \infty$, le surplus à se partager est $E_{v_2}\pi_2^c(v_2, L) - \underline{x}_2$, alors qu'avec un brevet de largeur \widehat{v}^* , le surplus à partager est nul, puisque c'est la manière dont on a défini \widehat{v}^* . La firme 2 ayant l'idée (\underline{x}_2, v_2) investit même en l'absence d'un contrat *ex-ante* et obtient un profit nul. Au total le brevet de configuration (L, \widehat{v}^*) où la longueur L , définie par $E_{v_2}[\pi_2^m(v_2, L)] = x_1 + E(x_2)$, est la durée de vie socialement optimale, et la largeur \widehat{v}^* , définie par $\int_{\widehat{v}^*}^{\infty} \pi_2^c(v_2, L)d\Psi(v_2) + \int_0^{\widehat{v}^*} \frac{1}{2}\pi_2^c(v_2, L)d\Psi(v_2) - \underline{x}_2 = 0$, est l'étendue de la protection assurant à l'idée de plus faible coût (\underline{x}_2, v_2) un profit nul que ce soit dans un accord *ex-post* ou *ex-ante* et aux idées de coût supérieur (x_2, v_2) avec $x_2 > \underline{x}_2$ de ne se réaliser qu'en présence d'un accord *ex-ante*.

On a donc démontré la proposition suivante :

Proposition 4 *Dans un contexte d'incertitude sur le coût et la valeur de l'innovation d'amélioration (x_2, v_2) , si le bénéfice incrémental à partager a une espérance inférieure ou égale au coût x_2 pour toute valeur de x_2 dans le support $[\underline{x}_2, \infty[$ et que le bénéfice incrémental est égal au profit de chaque firme en concurrence, alors l'étendue optimale du brevet est finie.*

3 Partage des profits : mise en oeuvre.

Alors que dans le modèle de Scotchmer et Green, l'accent était mis sur les possibilités contractuelles ouvertes aux entreprises, la perspective est à présent déplacée. Il s'agit à la fois de définir le partage socialement optimal des profits et d'évaluer ensuite les moyens de mettre en oeuvre cet optimum social, soit de manière directe en instaurant un régime de licence obligatoire, soit de manière indirecte en laissant aux tribunaux le soin d'autoriser ou non des

comportements coopératifs pour la commercialisation jointe des deux innovations. Une des questions importantes examinées dans le modèle de Chang (1995) est de savoir comment le partage socialement optimal des profits varie avec les valeurs respectives des deux innovations. Comme dans le modèle précédent, le modèle de Chang examine une situation à deux firmes et deux périodes avec un facteur d'actualisation égal à 1. A la première période, la firme 1 peut inventer un nouveau produit et déposer un brevet. A la deuxième période, si et seulement si l'invention 1 a été réalisée, la firme 2 peut inventer une amélioration ou une application de la précédente innovation et déposer à son tour un brevet. Le modèle de Chang utilise donc le même cadre d'analyse que celui de Scotchmer et Green présenté au paragraphe précédent, mais il en diffère essentiellement par le type de politique économique envisagée.

Nous présenterons d'abord le cadre informationnel du modèle. Ceci nous permet de définir l'optimum social et le partage socialement optimal des profits correspondants. Les divers moyens d'implémenter cet optimum social sont alors analysés.

3.1 Cadre informationnel du modèle.

Comme dans le modèle de Scotchmer et Green (1995), les consommateurs de masse globale égale à 1 sont supposés identiques et définis par leur disponibilité à payer les biens. Chaque consommateur achète au plus une unité du bien à chaque période. La demande inélastique permet aux firmes de s'approprier l'intégralité du surplus des consommateurs et d'éviter une perte sèche ("deadweight loss") dans l'allocation des ressources. On adopte les mêmes notations qu'au paragraphe précédent. La disponibilité des consommateurs à payer le bien 1 mis au point par la firme 1 au début de la période 1 est notée v_1 et sert à mesurer la valeur de l'innovation 1 au cours de chacune des deux périodes. La dépense en R&D de la firme 1 pour parvenir au produit 1 est notée x_1 . Elle est connue de la firme 1 mais non observée par la firme 2. La distribution de x_1 est supposée uniforme sur l'intervalle $[0, C_1]$ avec une densité égale à $\frac{1}{C_1}$. En investissant x_1 , la firme 1 espère obtenir une recette de v_1 à chaque période, donc des recettes globales de $2v_1$ au cours des 2 périodes. De même la réalisation de v_1 est observée par la firme 1 mais pas par la firme 2. *Ex-ante*, la valeur v_1 est supposée être une variable aléatoire de support $[0, V_1]$ avec une distribution $\Psi(v_1)$. Le couple (v_1, x_1) qui caractérise l'innovation 1 est ainsi une information privée de la firme 1. On suppose que les tribunaux observent *ex-post* la valeur de v_1 mais que, *ex-ante*, ils

savent seulement que $v_1 \in [0, V_1]$ avec une distribution $\Psi(v_1)$. Les tribunaux n'observent pas x_1 ni *ex-ante* ni *ex-post* mais ils savent que $x_1 \in [0, C_1]$ avec une distribution uniforme. Comme dans le modèle précédent, on désigne par v_2 l'accroissement de la disponibilité des consommateurs à payer le bien 2 lorsque celui ci est mis au point par la firme 2 au début de la période 2. La disponibilité à payer le bien 2 est donc $v_1 + v_2$. La valeur v_2 mesure ainsi la valeur de l'innovation 2 au cours de la période 2. A nouveau, on suppose que v_2 est une variable aléatoire de support $[0, V_2]$ avec une distribution $\Psi(v_2)$. La même distribution que celle de v_1 est donc postulée pour v_2 . La réalisation de v_2 est supposée observée par la firme 2, mais pas par la firme 1 au moment où celle ci introduit son innovation primaire. On note x_2 la dépense en R&D de la firme 2 pour parvenir au produit 2. Comme pour la firme 1, on suppose que (v_2, x_2) est une information privée de la firme 2. Avant d'introduire son innovation à la période 1, la firme 1 ne connaît donc pas précisément les caractéristiques (v_2, x_2) de l'innovation 2 qu'introduit éventuellement la firme 2 au début de la période 2. La firme 1 sait simplement que $v_2 \in [0, V_2]$ avec une distribution $\Psi(v_2)$, que $x_2 \in [0, C_2]$ avec une distribution uniforme de densité $\frac{1}{C_2}$ et que v_2 et x_2 sont des variables aléatoires indépendantes. Comme pour la première innovation, on suppose que les tribunaux observent *ex-post* v_2 mais que, *ex-ante*, ils savent simplement que $v_2 \in [0, V_2]$ avec une distribution $\Psi(v_2)$. Par ailleurs, ils n'observent pas *ex-post* x_2 . Ils savent simplement que $x_2 \in [0, C_2]$ avec une distribution uniforme. On suppose enfin que les tribunaux savent que les deux produits 1 et 2 sont des produits substituables, de qualités différentes, que l'innovation 1 est nécessaire à l'innovation 2, et enfin que les distributions de v_2 , x_1 et x_2 sont indépendantes de v_1 . Les coûts de production des deux produits sont supposés nuls. Le cadre général du modèle de Chang est donc très proche de celui de Scotchmer et Green, avec cependant de légères variantes informationnelles. La structure informationnelle du modèle de Chang permet de traiter la question qui se pose aux tribunaux de juger, au vu des valeurs v_1 et v_2 observées *ex post*, si la deuxième innovation enfreint ou non le brevet de la première.

Examinons à présent les conditions de fonctionnement des marchés. Si l'innovation de la firme 1 n'est pas brevetée, on suppose que la firme 2 entre sur le marché en utilisant sans coût la technologie de la firme 1. Une concurrence à la Bertrand s'instaure et les profits des deux firmes sont nuls car on est dans une situation de différenciation verticale dans laquelle les préférences pour la qualité ne varient pas selon les consommateurs et les coûts de production sont supposés nuls. Par contre, si l'innovation de la

firme 1 est brevetée, la firme 1 vend son produit au prix v_1 tant que la firme 2 n'est pas présente, faisant ainsi un profit égal à $v_1 - x_1$ durant la 1ère période. Si à la période 2, la firme 2 introduit son amélioration, que celle-ci est brevetée et que les tribunaux ne considèrent pas que cette innovation est "dépendante" de la première, on est conduit à l'existence de deux brevets concurrents. La concurrence à la Bertrand conduit alors la première firme à vendre son produit à un prix nul et la deuxième firme à vendre son produit au prix v_2 . Dans ces conditions, si les deux innovations sont simultanément présentes, brevetées et que la deuxième innovation n'est pas considérée comme dépendante de la première, seul le 2ème produit réalise un profit positif sur le marché. Par contre, si les tribunaux considèrent que la 2ème innovation est dépendante de la 1ère, la firme 1 peut bloquer l'entrée de la firme 2. Scotchmer et Green considéraient que si les deux firmes se mettent d'accord *ex-ante*, c'est à dire avant que la firme 2 n'ait engagé sa dépense de R&D, pour mener conjointement la recherche sur l'innovation de 2ème génération, ou si la firme 1 accepte de transférer sa technologie (licence) à la firme 2 à condition que les deux firmes agissent comme un cartel à la période 2, le problème du "hold-up" est évité en même temps qu'est évitée la concurrence sur le marché des produits entre les deux firmes à la période 2. Dans le modèle de Chang, cette pratique de concertation, considérée à priori comme illégale, dépend de l'autorisation ou de la non autorisation émanant des autorités de la concurrence. Chang est ainsi amené à définir ce que devrait être une politique publique d'innovation optimale sur laquelle s'engageraient préalablement les tribunaux. Il définit une politique publique d'innovation comme une règle de partage des profits à la période 2, associant à chaque couple de valeurs observées *ex-post* (v_1, v_2) un couple (π_1, π_2) où $\pi_i(v_1, v_2)$ représente les profits alloués à la firme i , ($i = 1, 2$), durant la deuxième période. Cette règle, qu'il convient de déterminer dans une perspective socialement optimale, revient donc à expliciter ce que devrait être le partage des profits entre les deux firmes. L'approche de Chang est donc normative, à la différence de l'approche positive de Scotchmer et Green qui examinaient les opportunités de profit liées aux possibilités d'engagements contractuels entre les deux firmes. Pour donner du sens à cette perspective normative, on pourrait imaginer un régime de licence obligatoire où les tribunaux, au vu des valeurs (v_1, v_2) et après avoir jugé que l'innovation 2 enfreint le brevet de l'innovation 1, auraient les moyens de déterminer le prix de la licence que devra payer l'innovateur 2 à l'innovateur 1, pour obtenir de lui l'autorisation de commercialiser le produit amélioré ou l'application 2.

Une politique publique d'innovation consiste ainsi à définir un régime de licence obligatoire associée à un prix de la licence dont l'objectif est de partager de manière optimale les profits en fonction des valeurs relatives des deux innovations.

4 Partage optimal des profits entre deux innovations successives.

Il faut à présent déterminer la fonction de bien être à maximiser, en tenant compte du fait que l'innovation de 1 est une condition nécessaire de l'innovation de 2.

Commençons par définir l'espérance du *surplus social indirect de l'innovation de base*, évalué à la période 1, dû à l'introduction éventuelle d'une innovation d'amélioration à la période 2. Le facteur d'actualisation étant supposé égal à 1, le surplus social évalué à la période 1 de la création de l'amélioration à la période 2, est donné par $v_2 - x_2$. Il faut calculer l'espérance de cette valeur sachant qu'à la période 1, ni v_2 , ni x_2 ne sont parfaitement observés. De plus, l'innovation 2 ne voit le jour que si ce que reçoit la firme 2 en deuxième période selon la règle, à savoir $\pi_2(v_1, v_2)$, est au moins égal à x_2 . Notons alors $S[v_1]$ l'espérance du surplus social indirect de $(v_2 - x_2)$, espérance calculée par rapport à l'incertitude sur le couple (v_2, x_2) . Cette valeur sociale indirecte est en quelque sorte l'externalité positive créée par l'innovation de 1ère génération. Par définition, on a :

$$S[v_1] = E_{(v_2, x_2)} [v_2 - x_2] = \Pr ob [\pi_2(v_1, v_2) \geq x_2] \times [v_2 - x_2]$$

On obtient ainsi¹³, en supposant que $\pi_2(v_1, v_2) \leq C_2$:

13

- Dans le calcul de $S(v_1)$, on a tenu compte du double fait que :
 $v_2 \in [0, V_2]$ avec une densité $d\Psi(v_2)$ et
 $x_2 \in [0, C_2]$ avec une densité uniforme $\frac{1}{C_2}$. Le produit 2 n'est introduit par la firme 2 que si, ce qu'elle reçoit par la règle, à savoir $\pi_2(v_1, v_2)$, est au moins égal à x_2 . De ce fait, à v_2 donné, on a $\Pr ob [\pi_2(v_1, v_2) > x_2] = \int_0^{\pi_2(v_1, v_2)} \frac{1}{C_2} dx_2$. L'hypothèse $\pi_2(v_1, v_2) \leq C_2$ permet d'éviter de mettre comme borne supérieure de cette intégrale $Min(C_2, \pi_2(v_1, v_2))$

$$S[v_1] = \int_0^{V_2} \int_0^{\pi_2(v_1, v_2)} [v_2 - x_2] \frac{1}{C_2} dx_2 d\Psi(v_2)$$

On a intégré le surplus social $[v_2 - x_2]$ d'abord par rapport à v_2 pour tenir compte de toutes les améliorations possibles, puis par rapport à x_2 pour tenir compte des coûts possibles en R&D d'une innovation de valeur v_2 .

Définissons à présent une notion importante : *l'exigence de l'auteur de l'innovation de base sur les recettes issues de l'innovation suivante*. Du fait que son innovation est à l'origine de l'innovation ultérieure, la firme 1 est en droit d'exiger une certaine part des revenus engendrés par l'amélioration 2. Notons $\Delta_1(v_1, v_2)$ ce qu'est en droit d'exiger la firme 1 d'une innovation potentielle ultérieure dépendant de sa propre invention et $P(v_1)$ l'espérance de ce gain $\Delta_1(v_1, v_2)$, évaluée à la période 1, en tenant compte de l'incertitude sur v_2 et x_2 . Or, une innovation ultérieure ne se produit que si la règle publique de division des profits permet à la firme 2 de recouvrer au moins son coût. Donc :

$$P(v_1) = E_{(v_2, x_2)}[\Delta_1(v_1, v_2)] = \text{Pr ob} [\pi_2(v_1, v_2) \geq x_2] \times \Delta_1(v_1, v_2)$$

Cette expression s'écrit:

$$P(v_1) = \int_0^{V_2} \int_0^{\pi_2(v_1, v_2)} \Delta_1(v_1, v_2) \frac{1}{C_2} dx_2 d\Psi(v_2)$$

On est à présent en mesure d'analyser la règle de partage optimal des gains. Il faut tenir compte du fait que la valeur sociale de l'innovation 1 est à la fois *directe* (somme des disponibilités à payer $2v_1$ des consommateurs aux deux périodes) et *indirecte* (l'innovation 1 permet l'innovation 2 et donc crée un surplus indirect $S(v_1)$).

Remarquons d'abord qu'à la période 2, le profit global à répartir entre les deux producteurs selon la règle ne peut excéder ce que les consommateurs sont prêts à payer, à savoir $v_1 + v_2$. Quelle que soit la règle de répartition, on a :

$$\pi_1(v_1, v_2) + \pi_2(v_1, v_2) = v_1 + v_2$$

Il est en effet clair qu'on ne peut trouver une règle qui permette d'attribuer, à la période 2, à chacune des deux firmes l'intégralité de sa valeur créée, puisque, d'une part, la valeur de 1 est la somme de la valeur directe v_1 à la deuxième période et du surplus indirect dont la valeur a été évaluée par $S(v_1)$ et, d'autre part, la valeur de 2 est v_2 . La règle consiste donc à répartir l'espérance du surplus indirect $S(v_1)$ entre les deux firmes. Si on appelle $\alpha(v_1, v_2)$ le pourcentage de v_2 qu'il convient de laisser à l'innovateur 2, i.e. $\pi_2(v_1, v_2) = \alpha(v_1, v_2)v_2$, on va chercher à déterminer la valeur $\alpha(v_1, v_2)$ qui maximise l'espérance du surplus global.

Pour obtenir l'expression de l'espérance du surplus global, il faut tenir compte des deux éléments suivants. D'une part, le surplus social global généré par la première innovation (v_1, x_1) est égal à la somme du surplus net *direct* donné par $2v_1 - x_1$ et de l'espérance du surplus *indirect* donné par $S(v_1)$. Le surplus social global est donc égal à : $2v_1 - x_1 + S(v_1)$.

D'autre part, la firme 1 qui introduit l'innovation primaire (v_1, x_1) doit être incitée à le faire. Pour cela, il faut que le coût x_1 soit inférieur ou égal à la somme des recettes $2v_1$ au cours des deux périodes et de l'espérance de gain $P(v_1)$ qu'elle est en droit d'exiger. La condition nécessaire pour que l'innovation 1 soit réalisée s'écrit donc $x_1 \leq 2v_1 + P(v_1)$.

On supposera dans la suite que $2v_1 + P(v_1) \leq C_1 \forall v_1 \in [0, V_1]$ de sorte que parmi les innovations de 1 de valeur v_1 , seules celles dont le coût x_1 n'excède pas $2v_1 + P(v_1)$ pourront être réalisées.

Au total, si on désigne par $W(v_1)$ l'espérance conditionnelle du surplus global généré par l'innovation primaire, espérance évaluée par les tribunaux en tenant compte que ceux ci observent v_1 *ex-post*, mais pas x_1 , on a :

$$W(v_1) = E_{x_1}[2v_1 - x_1 + S(v_1) \mid x_1 \leq 2v_1 + P(v_1)]$$

On obtient alors en intégrant par rapport à x_1 pour tenir compte des coûts possibles d'une innovation de valeur v_1 :

$$W(v_1) = \int_0^{2v_1 + P(v_1)} [2v_1 - x_1 + S(v_1)] \frac{1}{C_1} dx_1$$

Le calcul de $W(v_1)$ conduit à

$$W(v_1) = \left\{ \frac{1}{C_1} [2v_1 + P(v_1)] \right\} \left\{ [2v_1 + S(v_1)] - \frac{1}{2} [2v_1 + P(v_1)] \right\}$$

L'interprétation de l'expression trouvée du surplus global $W(v_1)$ est simple. $W(v_1)$ est le produit de deux termes $A \times B$. Le 1er terme $A = \left\{ \frac{1}{C_1} [2v_1 + P(v_1)] \right\}$ représente la probabilité que la première innovation soit introduite puisque $\Pr ob[x_1 \leq 2v_1 + P(v_1)] = \frac{2v_1 + P(v_1)}{C_1}$. Le deuxième terme $B = \left\{ [2v_1 + S(v_1)] - \frac{1}{2} [2v_1 + P(v_1)] \right\}$ représente le surplus social net de la première innovation, à savoir la différence entre, d'une part, son bénéfice social brut (direct et indirect) donné par $[2v_1 + S(v_1)]$ et, d'autre part, la moyenne des coûts pour aboutir à cette première innovation, donnée par $E\{x_1 \mid x_1 \leq 2v_1 + P(v_1)\} = \frac{1}{2} [2v_1 + P(v_1)]$, puisque x_1 suit une loi uniforme sur $[0, 2v_1 + P(v_1)] \subset [0, C_1]$

On peut alors envisager l'effet d'une variation infinitésimale de la règle de partage des profits $(\pi_1(v_1, v_2), \pi_2(v_1, v_2))$ sur l'espérance de surplus global $W(v_1)$, pour une valeur v_1 donnée. Pour cela, on calcule la différentielle totale $dW(v_1)$. Posons $X = 2v_1 + P(v_1) \implies dX = dP(v_1)$ et $Y = 2v_1 + S(v_1) \implies dY = dS(v_1)$. On a $W(v_1) = \frac{1}{C_1} [XY - \frac{1}{2}X^2]$. D'où $dW(v_1) = \frac{1}{C_1} [XdY + (Y - X)dX]$. En remplaçant X et Y par leurs valeurs, on obtient:

$$dW(v_1) = \frac{1}{C_1} \left\{ [2v_1 + P(v_1)]dS(v_1) + [S(v_1) - P(v_1)]dP(v_1) \right\}$$

Remarquons que si $v_1 > 0$, les coefficients de $dS(v_1)$ et de $dP(v_1)$ sont positifs : il suffit de noter que $S(v_1) > P(v_1)$ dans la mesure où le surplus social de l'innovation 1 est plus élevé que son bénéfice privé.

Ainsi, la politique optimale de protection poursuit l'objectif d'accroître l'incitation à faire émerger l'innovation de base 1 à travers deux canaux. D'une part, par la prise en compte de l'espérance du surplus social indirect qu'elle génère $S(v_1)$. Ce canal transite par le fait qu'il faut favoriser l'innovation de base v_1 au moindre coût. L'importance accordée à cet objectif est traduite par le coefficient de $dS(v_1)$, c'est à dire $\frac{1}{C_1} [2v_1 + P(v_1)]$. Ce coefficient représente la probabilité de réalisation de la 1ère innovation. D'autre part, par la prise en compte de l'espérance du gain privé $P(v_1)$ qu'est en droit d'exiger l'innovateur de base. Cet objectif conduit à accroître $P(v_1)$ tant que $P(v_1) < S(v_1)$. L'importance accordée à cet objectif est reflétée dans le coefficient de $dP(v_1)$, donné par $\frac{1}{C_1} [S(v_1) - P(v_1)]$. Le poids accordé

à ce second canal est donc proportionnel à l'écart $[S(v_1) - P(v_1)]$ entre le surplus social indirect généré par la 1ère innovation et le bénéfice privé qui peut être approprié par le 1er innovateur.

Au total, l'espérance $W(v_1)$ du surplus social global généré par l'innovation de base est une fonction croissante, d'une part, du surplus indirect $S(v_1)$ généré par l'innovation d'amélioration qu'elle permet et, d'autre part, du bénéfice privé $P(v_1)$ qui doit être approprié par le premier innovateur.

La question importante est alors de savoir comment on peut *implémenter cette politique optimale* de l'innovation, c'est à dire quels instruments permettent de parvenir à réaliser le maximum de l'espérance $W(v_1)$ du surplus social global généré par l'innovation primaire. On distingue deux types de politiques. La première politique peut être qualifiée de *directe*, en ce sens qu'elle fait intervenir le régime de la licence obligatoire et du contrôle du prix de la licence pour réguler le partage des profits entre ces deux innovations. La deuxième politique est *indirecte*, en ce sens qu'elle fait intervenir des moyens traditionnels combinant les instruments de la politique de la concurrence pour le traitement des clauses restrictives des contrats de licence et ceux du droit des brevets par le contrôle de l'étendue de la protection accordée au détenteur du brevet.

5 Mise en oeuvre: licence obligatoire.

Supposons que les tribunaux aient les moyens de décider le niveau du prix de la licence auquel le brevet 1 doit être cédé à 2 lorsque le bien de celui-ci est enfrenant. Cela revient à dire qu'en observant le couple des valeurs (v_1, v_2) , les tribunaux soient en mesure de déterminer les profits $\pi_1(v_1, v_2)$ et $\pi_2(v_1, v_2)$ des deux innovateurs. Comme il n'y a pas de perte sèche dans ce modèle, on doit avoir $\pi_1(v_1, v_2) + \pi_2(v_1, v_2) = v_1 + v_2$. Le problème est alors d'allouer la somme $v_1 + v_2$ entre les deux produits de manière à maximiser le surplus social $W(v_1)$ déterminé plus haut. Posons $\pi_2(v_1, v_2) = \alpha(v_1, v_2)v_2$. Dans ce cas, on a :

$$\pi_1(v_1, v_2) = v_1 + v_2 - \pi_2(v_1, v_2) = v_1 + [1 - \alpha(v_1, v_2)]v_2$$

Le prix de la licence auquel 1 cède le droit à 2 de commercialiser son produit amélioré est donc $l_1(v_1, v_2) = [1 - \alpha(v_1, v_2)]v_2$. La licence obligatoire prend donc la forme de royalties au prorata du prix de vente du produit amélioré, le taux unitaire étant $1 - \alpha(v_1, v_2)$.

Mais, par définition de $\Delta_1(v_1, v_2)$, on a $\pi_1(v_1, v_2) = v_1 + \Delta_1(v_1, v_2)$. Donc

:

$$\Delta_1(v_1, v_2) = [1 - \alpha(v_1, v_2)]v_2 = l_1(v_1, v_2)$$

Dans ces conditions, les valeurs de $S(v_1)$ et $P(v_1)$ peuvent s'écrire:

$$\begin{aligned} S(v_1) &= \int_0^{V_2} \int_0^{\pi_2(v_1, v_2)} [v_2 - x_2] \frac{1}{C_2} dx_2 d\Psi(v_2) \\ &= \int_0^{V_2} \int_0^{\alpha(v_1, v_2)v_2} [v_2 - x_2] \frac{1}{C_2} dx_2 d\Psi(v_2) \end{aligned}$$

$$S(v_1) = \frac{1}{C_2} \int_0^{V_2} [\alpha(v_1, v_2) - \frac{1}{2}\alpha^2(v_1, v_2)]v_2^2 d\Psi(v_2)$$

$$\begin{aligned} P(v_1) &= \int_0^{V_2} \int_0^{\pi_2(v_1, v_2)} \Delta_1(v_1, v_2) \frac{1}{C_2} dx_2 d\Psi(v_2) \\ &= \int_0^{V_2} \int_0^{\alpha(v_1, v_2)v_2} [1 - \alpha(v_1, v_2)]v_2 \frac{1}{C_2} dx_2 d\Psi(v_2) \end{aligned}$$

$$P(v_1) = \frac{1}{C_2} \int_0^{V_2} [\alpha(v_1, v_2) - \alpha^2(v_1, v_2)]v_2^2 dF(v_2)$$

En reportant ces valeurs de $S(v_1)$ et $P(v_1)$ dans $W(v_1)$ donné par

$$W(v_1) = \left\{ \frac{1}{C_1} [2v_1 + P(v_1)] \right\} \left\{ [2v_1 + S(v_1)] - \frac{1}{2} [2v_1 + P(v_1)] \right\}$$

et en dérivant par rapport à α , on obtient la condition du premier ordre

$$\{[2v_1 + P(v_1)](1 - \alpha) + [S(v_1) - P(v_1)](1 - 2\alpha)\}v_2^2 d\Psi(v_2) \frac{1}{C_1 C_2} = 0$$

Remarquons que le membre de gauche de cette CPO est négatif si $\alpha \geq 1$. Donc la valeur optimale de α doit appartenir à l'intervalle ouvert $(0, 1)$. En résolvant alors en α l'équation donnée par la CPO, on obtient :

$$\alpha = \frac{2v_1 + S(v_1)}{2v_1 + 2S(v_1) - P(v_1)}$$

Notons que:

- La valeur optimale de α ne dépend que de v_1 et pas de v_2 .
- La valeur optimale de α est elle que $\frac{1}{2} < \alpha < 1$, de sorte que la règle optimale conduit à accorder une licence à un prix moindre que la moitié du prix de monopole de 2.
- La dérivée seconde de $W(v_1)$ par rapport à α est négative pour $\alpha \in (\frac{1}{2}, 1)$: la condition du 2ème ordre est donc satisfaite de sorte que la CPO caractérise bien un maximum.

Comme la valeur optimale de α ne dépend pas de v_2 , on peut réécrire les expressions de $S(v_1)$ et $P(v_1)$:

$$S(v_1) = \frac{1}{C_2} \int_0^{V_2} [\alpha(v_1) - \frac{1}{2}\alpha^2(v_1)]v_2^2 dF(v_2) = \frac{[\alpha(v_1) - \frac{1}{2}\alpha^2(v_1)]E(v_2^2)}{C_2}$$

$$P(v_1) = \frac{1}{C_2} \int_0^{V_2} [\alpha(v_1) - \alpha^2(v_1)]v_2^2 dF(v_2) = \frac{[\alpha(v_1) - \alpha^2(v_1)]E(v_2^2)}{C_2}$$

En remplaçant ces valeurs de $S(v_1)$ et $P(v_1)$ dans l'expression précédente de α , on obtient l'équation du 2ème degré en α :

$$3E(v_2^2)\alpha^2 + [4v_1C_2 - 2E(v_2^2)]\alpha - 4v_1C_2 = 0$$

En ne retenant que la solution positive, on obtient:

$$\alpha(v_1) = \frac{E(v_2^2) - 2v_1C_2 + \sqrt{[E(v_2^2)]^2 + 8E(v_2^2)v_1C_2 + 4v_1^2C_2^2}}{3E(v_2^2)}$$

Les résultats suivants sont aisés à vérifier à partir de l'expression de $\alpha(v_1)$ (Chang, 1995).

Proposition 5 $\forall v_1 > 0$, on a $\alpha(v_1) \in (\frac{2}{3}, 1) \implies$ le prix optimal de la licence est moins du tiers du prix de monopole de 2.

Proposition 6 La fonction $\alpha(v_1)$ est strictement croissante de $v_1 \implies$ le prix optimal de la licence décroît avec v_1 et donc la part du profit de 2 ($\pi_2(v_1, v_2) = \alpha(v_1)v_2$) croît avec la valeur v_1 de la première innovation.

Proposition 7 La valeur de $\alpha(v_1)$ est strictement croissante par rapport à $C_2 \implies$ le prix optimal de la licence décroît avec C_2 et donc la part du profit de 2 croît avec l'incertitude sur les coûts de la deuxième innovation.

Proposition 8 *La valeur de $\alpha(v_1)$ est strictement décroissante par rapport à $E(v_2^2) \implies$ le prix optimal de la licence croît strictement avec $E(v_2^2)$ et la part du profit de 2 décroît avec le moment d'ordre 2 de la valeur additionnelle de la deuxième innovation*

Certains de ces résultats ne sont pas conformes avec ce qu'on observe dans la pratique juridique courante. Par exemple, le fait que la part de profit de 2 croît avec la valeur v_1 de l'innovation primaire ne paraît pas être en conformité avec la règle traditionnelle suivie par les tribunaux en matière de brevets sur des innovations séquentielles. En effet, la règle juridique qui semble prévaloir est que la part du surplus engendré par l'innovation secondaire et qui peut être revendiquée par le premier innovateur, croît avec la valeur relative de l'innovation primaire (*stand-alone value*) par rapport à celle de l'innovation secondaire. Pourtant le résultat trouvé paraît raisonnable, si on garde présent à l'esprit l'aspect incitatif des brevets. En effet, plus la valeur de l'innovation initiale est élevée, moins il paraît nécessaire de la protéger outre mesure, ce qui revient à dire qu'il ne faut pas lui attribuer une part trop élevée du surplus engendré par une innovation ultérieure. Accroître cette part ne contribue que de manière marginale à accroître la probabilité de réalisation de l'innovation initiale. Dans le modèle, la part du surplus engendré par une innovation ultérieure qu'il est optimal d'attribuer à l'innovation primaire décroît avec la valeur de l'innovation primaire et est en tout état de cause inférieure à $1/3$.

6 Mise en oeuvre: propriété intellectuelle et concurrence.

Que se passe-t-il lorsque les tribunaux n'ont pas les moyens d'imposer un régime de licence obligatoire et de contrôler le prix de la licence? Ils disposent alors des instruments liés à la politique de la concurrence (traitement antitrust des clauses restrictives de concurrence dans les contrats de licence) et de ceux liés à la propriété intellectuelle, notamment la définition de l'étendue de la protection. Au vu de (v_1, v_2) , les tribunaux doivent répondre alors à deux questions :

1. La deuxième innovation enfreint-elle la première ? La réponse dépend de l'étendue de la protection accordée au brevet du premier innovateur.

2. Doit-on permettre aux deux firmes de signer des accords de licence contenant des clauses restrictives de concurrence ? La réponse dépend de

l'arbitrage que fait la société entre des mesures qui tendent à préserver la concurrence et celles qui tendent à favoriser l'innovation.

6.1 Les quatre régimes.

Selon les réponses à chacune de ces deux questions, quatre régimes distincts sont possibles. On note I et NI les évènements respectifs Infraction et Non-Infraction. De même, on note C et NC les évènements respectifs Collusion (accords de licence restrictifs de concurrence permis) et Non-Collusion (accords de licence restrictifs de concurrence interdits). Avec ces notations, les quatre régimes sont :

Régime 1 : $NI \cap NC$. Dans ce régime, le tribunal en charge de la propriété intellectuelle juge que l'innovation secondaire n'enfreint pas l'innovation primaire (l'étendue de la protection est donc faible) et l'autorité en charge de la concurrence interdit les accords restrictifs et autres formes de collusion. Pour faire le lien avec le modèle de Scotchmer et Green, les profits respectifs des deux firmes dans un tel régime seraient $\pi_1^c(v_1, v_2) - x_1$ et $\pi_2^c(v_1, v_2) - x_2$.

Régime 2 : $NI \cap C$. Dans ce régime, le tribunal en charge de la propriété intellectuelle juge à nouveau que l'innovation secondaire n'enfreint pas l'innovation primaire et l'autorité de la concurrence n'interdit pas les accords restrictifs. Ce régime dépend notamment du système d'exemption au régime de la concurrence dont bénéficie l'innovation. Dans le cadre d'analyse de Scotchmer et Green, ce régime correspondrait à une négociation *ex-ante* conduisant aux profits respectifs $\pi_1^m(v_1) - x_1 + \frac{1}{2}[\pi_2^m(v_2) - x_2 - \pi_1^m(v_1)]$ pour 1 et $\frac{1}{2}[\pi_2^m(v_2) - x_2 - \pi_1^m(v_1)] - x_2$ pour 2.

Régime 3 : $I \cap NC$. Dans ce régime, le tribunal en charge de la propriété intellectuelle juge que la seconde innovation enfreint le brevet de la première innovation primaire et l'autorité de la concurrence interdit les accords de licence restrictifs. Ce régime intervient lorsque, d'une part, la protection reconnue à l'innovation primaire est étendue et, d'autre part, la politique de la concurrence ne souffre pas de régime d'exemption dans le domaine de l'innovation. On serait donc dans une situation où le brevet de 1 bloque l'invention de 2 sauf si 1 accepte de céder une licence d'exploitation à 2 pour lui permettre de commercialiser son produit amélioré. Ce cas correspondrait

dans le modèle de Scotchmer et Green à une négociation *ex-post* conduisant aux profits respectifs $\pi_1^m(v_1) - x_1 + \frac{1}{2}[\pi_2^m(v_2) - \pi_1^m(v_1)]$ pour 1 et $\frac{1}{2}[\pi_2^m(v_2) - \pi_1^m(v_1)] - x_2$ pour 2.

Régime 4: $I \cap C$. Dans ce régime, le tribunal en charge de la propriété intellectuelle juge que l'innovation secondaire enfreint l'innovation primaire mais l'autorité de la concurrence tolère les accords restrictifs. Ce régime intervient lorsque, d'une part, la protection est étendue et, d'autre part, la politique de la concurrence permet un régime d'exemption dans le domaine de l'innovation. Dans le cadre d'analyse de Scotchmer et Green, ce régime correspondrait à une négociation *ex-post* conduisant aux profits respectifs $\pi_1^m(v_1) - x_1 + \frac{1}{2}[\pi_2^m(v_2) - \pi_1^m(v_1)]$ pour l'innovateur 1 et $\frac{1}{2}[\pi_2^m(v_2) - \pi_1^m(v_1)] - x_2$ pour l'innovateur 2.

Selon, d'une part, la politique retenue pour l'étendue de la protection accordée à l'innovation, et, d'autre part, le degré d'exemption dont bénéficie l'innovation dans l'application des règles de concurrence, la politique combinant le droit de la propriété intellectuelle et le droit de la concurrence revient donc à déterminer, au vu de (v_1, v_2) , le régime dans lequel le cas examiné tombe.

Après la décision du tribunal en matière d'infraction, les entreprises 1 et 2 peuvent négocier les termes d'un accord de licence *ex-post*. On suppose, comme dans le modèle de Scotchmer et Green, que le résultat de cette négociation satisfait les principes de la négociation de Nash, les gains des deux firmes consistant à se partager de manière égale le surplus que permet l'accord, tout en se garantissant au moins les gains de statu-quo en cas d'échec des négociations, c'est à dire en l'absence de licence. Comme chez Scotchmer et Green, la nature du statu-quo dépend également du régime dans lequel tombe le cas. Au total, la décision des tribunaux détermine, au vu de (v_1, v_2) , les valeurs de $\Delta_1(v_1, v_2)$ et $\pi_2(v_1, v_2)$ correspondant respectivement au gain additionnel attribué à la première innovation et au gain de l'innovation secondaire dans chacun des quatre régimes possibles. Les valeurs de $S(v_1)$, $P(v_1)$ et $W(v_1)$ peuvent alors être calculées selon les expressions établies plus haut. Ceci permet de comparer ce que chaque firme peut obtenir selon les deux types de politique, directe selon le régime de la licence obligatoire ou indirecte par combinaison du droit de la propriété intellectuelle et du droit de la concurrence.

Supposons que les tribunaux estiment que la deuxième innovation enfreint

la première (situation I). La deuxième innovation, qualifiée alors de dépendante ("subservient") de la première, ne peut être commercialisée qu'avec l'accord du 1er innovateur. Cet accord peut être collusif (régime 4 = $I \cap C$) ou non collusif (régime 3 = $I \cap NC$). Dans les deux cas, le point de menace de la négociation (statu-quo) correspond au refus par la firme 1 d'accorder à la firme 2 l'autorisation de commercialiser son innovation. Les gains de 2ème période correspondant au point de menace sont alors donnés par le couple $(v_1, 0)$, puisque en situation d'infraction et de refus de la firme 1 d'accorder une licence, l'innovation 2 ne peut voir le jour. Le surplus à partager varie selon que la collusion est permise ou non. Dans le régime 4 = $I \cap C$, un accord collusif peut être établi entre les deux firmes. Par exemple, les deux firmes peuvent s'entendre pour que seul le produit amélioré soit vendu à un prix égal au prix de réserve le plus élevé, conduisant ainsi à un gain total de $v_1 + v_2$. Dans ce régime, la négociation de Nash pour le partage du gain total de $(v_1 + v_2)$ avec un point de menace (statu-quo) donné par $(v_1, 0)$, conduit à la répartition suivante des gains en période 2:

$$\pi_1^4(v_1, v_2) = v_1 + \frac{1}{2}[v_1 + v_2 - (v_1 + 0)] = v_1 + \frac{1}{2}v_2$$

$$\pi_2^4(v_1, v_2) = 0 + \frac{1}{2}[v_1 + v_2 - (v_1 + 0)] = \frac{1}{2}v_2$$

Dans le régime 3 = $I \cap NC$, un accord collusif ne peut être établi entre les deux firmes parce que l'autorité de la concurrence l'interdit. Mais, même en l'absence de clauses anticoncurrentielles, les deux firmes peuvent s'approprier le surplus maximum possible $v_1 + v_2$. La firme 2 peut en effet licencier sa technologie à la firme 1 et celle-ci vendre la technologie améliorée au prix de monopole $v_1 + v_2$. Comme le prix de la licence est une recette pour 1 et une dépense pour 2, son montant n'intervient pas dans le surplus à partager entre les deux entreprises. De même le statu-quo n'est pas affecté par le prix de la licence, car le statu quo correspond aux gains en cas de refus de la licence. Au total, la négociation de Nash conduit dans le régime 3 à des gains identiques à ceux obtenus dans le régime 4, même si c'est par des voies différentes (accord de commercialisation en commun dans le régime 4, cession de licence dans le régime 3). Donc :

$$\pi_1^3(v_1, v_2) = v_1 + \frac{1}{2}[v_1 + v_2 - v_1] = v_1 + \frac{1}{2}v_2$$

$$\pi_2^3(v_1, v_2) = \frac{1}{2}[v_1 + v_2 - v_1] = \frac{1}{2}v_2$$

Supposons à présent que les tribunaux estiment que la deuxième innovation n'enfreint pas la première (situation NI). La deuxième innovation n'est donc pas jugée dépendante de la première et elle peut être commercialisée sans l'accord du premier innovateur. Cependant, selon que les tribunaux interdisent ou autorisent les accords collusifs, l'issue peut être différente. Dans le régime $1 = NI \cap NC$, les innovations détenues par les deux firmes sont en concurrence à la Bertrand en 2ème période. Comme on a supposé que les coûts de productions sont nuls et que les préférences pour la qualité sont identiques pour tous les consommateurs, seul le produit de qualité améliorée est demandé à un prix légèrement inférieur à la valeur additionnelle de la qualité améliorée. Dans ces conditions, les gains de période 2 sont donnés par:

$$\pi_1^1(v_1, v_2) = 0 ; \pi_2^I(v_1, v_2) = v_2$$

Enfin, dans le régime $2 = NI \cap C$, la deuxième innovation n'étant pas considérée comme dépendante de la première, elle peut être commercialisée sans accord préalable du détenteur du brevet initial. Cependant, un accord restrictif de concurrence entre les deux firmes permet d'accroître les gains de chaque firme. En effet, sans accord les gains seraient identiques aux valeurs obtenues dans le régime 1, c'est à dire $(0, v_2)$. Par contre, en cas d'accord, les deux firmes peuvent s'entendre pour retirer à la deuxième période l'innovation 1 du marché et ne commercialiser que l'innovation améliorée au prix $v_1 + v_2$ (au lieu de vendre chacune son innovation et d'obtenir, comme résultat de la concurrence à la Bertrand à la période 2, un gain égal à 0 pour le 1er innovateur et à v_2 pour le 2ème innovateur). Dans ce cas, la négociation de Nash, dont le point de statu-quo est $(0, v_2)$ et le gain agrégé en cas d'accord est $v_1 + v_2$, conduit à la répartition:

$$\pi_1^2(v_1, v_2) = 0 + \frac{1}{2}[v_1 + v_2 - (0 + v_2)] = \frac{1}{2}v_1$$

$$\pi_2^2(v_1, v_2) = v_2 + \frac{1}{2}[v_1 + v_2 - (0 + v_2)] = \frac{1}{2}v_1 + v_2$$

Tous ces résultats sont synthétisés au tableau suivant qui donne les gains de 2ème période dans chacun des 4 régimes:

	<i>Pas d'Infraction</i>	<i>Infraction</i>
	(NI)	(I)
<i>Point de menace =</i>	(0, v_2)	(v_1 , 0)
<i>refus de licence</i>		
<i>Pas de Collusion</i>	(0, v_2)	($v_1 + \frac{1}{2}v_2, \frac{1}{2}v_2$)
(NC)	<i>Régime I</i>	<i>Régime III</i>
<i>Collusion</i>	($\frac{1}{2}v_1, \frac{1}{2}v_1 + v_2$)	($v_1 + \frac{1}{2}v_2, \frac{1}{2}v_2$)
(C)	<i>Régime II</i>	<i>Régime IV</i>

On est maintenant en mesure d'examiner la question de l'effet d'une politique d'affectation à l'un des 3 cas suivants, au vu de (v_1, v_2) .

Cas A: Infraction $I = (\text{Régime 3}) \cup (\text{Régime 4})$

Cas B: Non-Infraction et Non-Collusion $NI \cap NC = \text{Régime 1}$

Cas C: Non-Infraction et Collusion $NI \cap C = \text{Régime 2}$

L'affectation d'un couple (v_1, v_2) à l'un de ces 3 cas doit être telle qu'elle maximise la valeur de l'optimum social $W(v_1)$ déterminé précédemment. Quelques remarques préliminaires permettent d'éclairer l'analyse.

Affecter (v_1, v_2) au cas A (Infraction), conduit à un gain de la firme 2 ($\frac{1}{2}v_2$) inférieur à la valeur sociale de son innovation (v_2) et à un gain de la firme 1 ($v_1 + \frac{1}{2}v_2$) inférieur à la valeur sociale ($v_1 + v_2$) du système des deux innovations. Mais il faut remarquer que, par rapport aux trois cas considérés, seul le cas A attribue à l'innovateur 1 une certaine part du surplus indirect qu'il contribue à créer par l'innovation secondaire. Cette part est en effet égale à $\frac{1}{2}v_2$ dans le cas A. De plus, l'affectation de (v_1, v_2) à un cas autre que A conduit à un gain de l'innovateur 1 inférieur à v_1 (ce gain est égal à 0 dans le cas B et à $\frac{1}{2}v_1$ dans le cas C). Donc affecter (v_1, v_2) au cas A (Infraction) conduit à maximiser le gain $P(v_1)$ que peut s'approprier le premier innovateur. A titre de comparaison avec la politique directe de la licence obligatoire, l'affectation de (v_1, v_2) au cas A équivaut à accorder à 2 la part $\alpha(v_1, v_2) = \frac{1}{2}$ alors que la politique optimale directe conduisait à une part $\alpha(v_1, v_2)$ supérieure à $\frac{2}{3}$. De plus, la politique optimale directe conduisait à une part $\alpha(v_1, v_2)$ croissante en v_1 alors que la politique indirecte conduit à une part $\alpha(v_1, v_2)$ indépendante de v_1 .

On en déduit que la politique indirecte d'affectation de (v_1, v_2) au cas A laisse à la firme 2 un gain moindre que celui qu'elle obtient par la politique directe, l'écart entre les deux valeurs étant croissant avec la valeur de v_1 . Il en résulte que la politique indirecte d'affectation de (v_1, v_2) au cas A attribue

à la firme 1 un gain supérieur à celui qu'elle obtient par la politique directe, l'écart entre les deux valeurs croissant avec la valeur de v_1 .

Par ailleurs, affecter (v_1, v_2) au cas B , c'est à dire au régime $NI \cap NC$, conduit à un gain de la firme 2 supérieur à celui qu'elle obtient dans le cas A (Infraction). Ce gain est en effet égal à v_2 dans le régime B et à $\frac{1}{2}v_2$ dans le cas A . Par contre, la première innovation reçoit dans le cas B le plus faible gain (0).

Enfin, affecter (v_1, v_2) au régime C , c'est à dire au régime $NI \cap C$, conduit à un gain du premier innovateur égal à $\frac{1}{2}v_1$ qui est plus élevé que celui qu'il obtient dans le régime B (0) mais plus faible que celui obtenu dans le cas A (v_1). Pour la firme 2, c'est le régime C qui domine les deux autres régimes.

Pour résumer on a les préférences suivantes des deux innovateurs entre les trois cas :

- cas $A \succ$ cas $C \succ$ cas B pour le premier innovateur
- cas $C \succ$ cas $B \succ$ cas A pour le second innovateur

Afin de déterminer la partition de l'espace des paramètres (v_1, v_2) en sous espaces dans lesquels l'un des trois régimes ($I, NI \cap NC, NI \cap C$) domine les deux autres, on doit calculer $S(v_1)$ et $P(v_1)$. On a :

$$S(v_1) = \int_I \int_0^{\frac{1}{2}v_2} \frac{v_2 - x_2}{C_2} dx_2 d\Psi(v_2) + \int_{NI \cap C} \int_0^{\frac{1}{2}v_1 + v_2} \frac{v_2 - x_2}{C_2} dx_2 d\Psi(v_2) \\ + \int_{NI \cap NC} \int_0^{v_2} \frac{v_2 - x_2}{C_2} dx_2 d\Psi(v_2)$$

$$S(v_1) = \frac{1}{C_2} \left[\int_I \left(\frac{3}{8} v_2^2 \right) d\Psi(v_2) + \int_{NI \cap C} \left(\frac{1}{2} v_2^2 - \frac{1}{8} v_1^2 \right) d\Psi(v_2) \right. \\ \left. + \int_{NI \cap NC} \left(\frac{1}{2} v_2^2 \right) d\Psi(v_2) \right]$$

De même, on a :

$$\begin{aligned}
P(v_1) &= \int_I \int_0^{\frac{1}{2}v_2} \frac{v_2}{2C_2} dx_2 d\Psi(v_2) + \int_{NI \cap C} \int_0^{\frac{1}{2}v_1+v_2} \frac{-v_1}{2C_2} dx_2 d\Psi(v_2) \\
&\quad + \int_{NI \cap NC} \int_0^{v_2} \frac{-v_1}{C_2} dx_2 d\Psi(v_2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P(v_1) &= \frac{1}{C_2} \left[\int_I \frac{1}{4} v_2^2 d\Psi(v_2) + \int_{NI \cap C} \left(\frac{-1}{4} v_1^2 - \frac{1}{2} v_1 v_2 \right) d\Psi(v_2) \right. \\
&\quad \left. + \int_{NI \cap NC} (-v_1 v_2) d\Psi(v_2) \right]
\end{aligned}$$

Notons que la politique qui consisterait à affecter tout couple (v_1, v_2) au régime I maximiserait $P(v_1)$, le bénéficiaire qui revient à la première innovation, du fait qu'étant enfreinte dans le régime I , son auteur se trouve dans une meilleure position de négociation. La valeur maximum de $P(v_1)$ est obtenue par intégration par parties. On a :

$$\begin{aligned}
Max[P(v_1)] &= \frac{1}{C_2} \int_0^{V_2} \frac{1}{4} v_2^2 d\Psi(v_2) \\
&= \frac{1}{C_2} \left[\frac{1}{4} v_2^2 \Psi(v_2) \right]_{v_2=0}^{v_2=V_2} - \frac{1}{4C_2} \int_0^{V_2} 2v_2 \Psi(v_2) dv_2
\end{aligned}$$

On obtient alors par majoration

$$Max[P(v_1)] \leq \frac{V_2^2}{4C_2}$$

Afin de caractériser la politique optimale, on partitionne l'espace des couples (v_1, v_2) avec $v_1 \in [0, V_1]$, $v_2 \in [0, V_2]$ en sous régions dans lesquelles un des trois cas domine les deux autres. On va donc comparer successivement les couples de régimes au sein des trois régimes I , $NI \cap NC$ et $NI \cap C$.

Comparaison des régimes I et $NI \cap NC$. On évalue la variation de bien-être qui résulte du changement d'affectation de (v_1, v_2) du régime I au régime $NI \cap NC$. On a obtenu précédemment:

$$\begin{aligned}
S(v_1) &= \frac{1}{C_2} \left[\int_I \left(\frac{3}{8} v_2^2 \right) d\Psi(v_2) + \int_{NI \cap C} \left(\frac{1}{2} v_2^2 - \frac{1}{8} v_1^2 \right) d\Psi(v_2) \right. \\
&\quad \left. + \int_{NI \cap NC} \left(\frac{1}{2} v_2^2 \right) d\Psi(v_2) \right]
\end{aligned}$$

Donc, si on note $dS(v_1)$ la variation de surplus $S(v_1)$ engendrée par le passage d'une affectation de (v_1, v_2) du régime I au régime $NI \cap NC$, on déduit que $dS(v_1)$ est proportionnel à : $(\frac{1}{2}v_2^2 - \frac{3}{8}v_2^2)d\Psi(v_2)/C_2 = \frac{1}{8}v_2^2 d\Psi(v_2)/C_2$

De même on a calculé:

$$\begin{aligned}
P(v_1) &= \frac{1}{C_2} \left[\int_I \frac{1}{4} v_2^2 d\Psi(v_2) + \int_{NI \cap C} \left(\frac{-1}{4} v_1^2 - \frac{1}{2} v_1 v_2 \right) d\Psi(v_2) \right. \\
&\quad \left. + \int_{NI \cap NC} (-v_1 v_2) d\Psi(v_2) \right]
\end{aligned}$$

On en déduit que la variation $dP(v_1)$ de gain du joueur 1 engendrée par le passage de l'affectation de (v_1, v_2) du régime I au régime $NI \cap NC$ est proportionnelle à : $(-v_1 v_2 - \frac{1}{4}v_2^2)d\Psi(v_2)/C_2 = -(v_1 v_2 + \frac{1}{4}v_2^2)d\Psi(v_2)/C_2$

Or, l'expression trouvée de la variation du surplus global est :

$$dW(v_1) = \frac{1}{C_1} \{ [2v_1 + P(v_1)] dS(v_1) + [S(v_1) - P(v_1)] dP(v_1) \}$$

En remplaçant $dS(v_1)$ et $dP(v_1)$ par leurs valeurs, on en déduit que la variation de surplus global $dW(v_1)$ engendrée par le passage de l'affectation de (v_1, v_2) du régime I au régime $NI \cap NC$ est donnée par :

$$dW(v_1) = \frac{1}{C_1} \{ [2v_1 + P(v_1)] [\frac{1}{8}v_2^2 d\Psi(v_2)/C_2] - [S(v_1) - P(v_1)] [(v_1 v_2 + \frac{1}{4}v_2^2) d\Psi(v_2)/C_2] \}$$

Donc $dW(v_1)$ est proportionnel à :

$$dW(v_1) \approx \frac{1}{8} [2v_1 + P(v_1)] v_2^2 - [S(v_1) - P(v_1)] (v_1 v_2 + \frac{1}{4} v_2^2)$$

En excluant le cas $v_2 = 0$, il s'avère que $dW(v_1)$ a le même signe que $\frac{1}{8}[2v_1 + P(v_1)]v_2 - [S(v_1) - P(v_1)](v_1 + \frac{1}{4}v_2)$, d'où en multipliant par 8 :

$$\begin{aligned} \text{Si}[dW(v_1)] &= \text{Si}\{2v_1v_2 - [2S(v_1) - 3P(v_1)]v_2 - 8[S(v_1) - P(v_1)]v_1\} \\ &= \text{Si}\{v_2(2v_1 - [2S(v_1) - 3P(v_1)]) - 8[S(v_1) - P(v_1)]v_1\} \end{aligned}$$

D'après les expressions de $S(v_1)$ et $P(v_1)$, on trouve $2S(v_1) - 3P(v_1) \geq 0$. Il en résulte que:

Si $2v_1 \leq 2S(v_1) - 3P(v_1)$, alors $dW(v_1) < 0, \forall v_1 > 0$, ce qui signifie dans ce cas que le régime I domine le régime $NI \cap NC$ pour toute valeur de $v_2 > 0$

Si $2v_1 > 2S(v_1) - 3P(v_1)$, alors on a l'équivalence logique :

Le régime I domine le régime $NI \cap NC \iff dW(v_1) < 0 \iff v_2 < \frac{8[S(v_1) - P(v_1)]v_1}{2v_1 - [2S(v_1) - 3P(v_1)]}$

Le régime $NI \cap NC$ domine le régime $I \iff dW(v_1) > 0 \iff v_2 > \frac{8[S(v_1) - P(v_1)]v_1}{2v_1 - [2S(v_1) - 3P(v_1)]}$

Ce qui précède caractérise la partition de l'espace (v_1, v_2) selon que le régime I domine le régime $NI \cap NC$ ou qu'au contraire le régime $NI \cap NC$ domine le régime I .

Comparaison des régimes I et $NI \cap C$. A nouveau on évalue la variation de bien-être qui résulte du changement d'affectation de (v_1, v_2) du régime I au régime $NI \cap C$. Si on note $dS(v_1)$ la variation de surplus $S(v_1)$ engendrée par le passage du régime I au régime $NI \cap C$, on déduit que $dS(v_1)$ est proportionnel à $(\frac{1}{2}v_2^2 - \frac{1}{8}v_1^2 - \frac{3}{8}v_2^2)d\Psi(v_2)/C_2 = \frac{1}{8}(v_2^2 - v_1^2)d\Psi(v_2)/C_2$.

De même, si on note $dP(v_1)$ la variation de gain $P(v_1)$ de la firme 1 engendrée par le passage du régime I au régime $NI \cap C$, on déduit que $dP(v_1)$ est proportionnel à $-(\frac{1}{4}v_1^2 + \frac{1}{2}v_1v_2 + \frac{1}{4}v_2^2)\frac{f(v_2)}{C_2}$

Donc le signe de la variation de surplus global $dW(v_1)$ engendrée par le passage du régime I au régime $NI \cap C$ est donné par :

$$\begin{aligned} \text{Si}[dW(v_1)] &= \text{Si}\left\{\frac{1}{8}[2v_1 + P(v_1)](v_2^2 - v_1^2) \right. \\ &\quad \left. - [S(v_1) - P(v_1)]\left(\frac{1}{4}v_1^2 + \frac{1}{4}v_2^2 + \frac{1}{2}v_1v_2\right)\right\} \end{aligned}$$

En excluant le point (v_1, v_2) tel que $v_1 + v_2 = 0$, on obtient :

$$\text{Si}[dW(v_1)] = \text{Si}\{2v_1v_2 - 2v_1^2 - [2S(v_1) - P(v_1)]v_1 - [2S(v_1) - 3P(v_1)]v_2\}$$

On peut vérifier à partir des expressions de $S(v_1)$ et $P(v_1)$ que $2S(v_1) - P(v_1) > 0$. Il en résulte les équivalences logiques suivantes :

Si $2v_1 \leq 2S(v_1) - 3P(v_1)$, le régime I domine le régime $NI \cap C \iff dW(v_1) < 0 \forall v_1 > 0$

Si $2v_1 > 2S(v_1) - 3P(v_1)$, le régime $NI \cap C$ domine le régime I (i.e. $dW(v_1) > 0$) $\iff v_2 > \frac{2v_1^2 + [2S(v_1) - P(v_1)]v_1}{2v_1 - [2S(v_1) - 3P(v_1)]}$

Si $2v_1 > 2S(v_1) - 3P(v_1)$, le régime I domine le régime $NI \cap C$ (i.e. $dW(v_1) < 0$) $\iff v_2 < \frac{2v_1^2 + [2S(v_1) - P(v_1)]v_1}{2v_1 - [2S(v_1) - 3P(v_1)]}$

Comparaison des régimes $NI \cap NC$ et $NI \cap C$. A nouveau on évalue la variation de bien-être qui résulte du changement d'affectation de (v_1, v_2) du régime $NI \cap NC$ au régime $NI \cap C$. Si on note $dS(v_1)$ la variation de surplus $S(v_1)$ engendrée par le passage du régime $NI \cap NC$ au régime $NI \cap C$, on déduit que $dS(v_1)$ est proportionnel à $-\frac{1}{8}v_1^2 d\Psi(v_2)/C_2$. De même, si on note $dP(v_1)$ la variation de gain $P(v_1)$ de la firme 1 engendrée par le passage du régime $NI \cap NC$ au régime $NI \cap C$, on déduit que $dP(v_1)$ est proportionnel à $(\frac{1}{2}v_1v_2 - \frac{1}{4}v_1^2)f(v_2)/C_2$.

Donc le signe de la variation de surplus global $dW(v_1)$ engendrée par le passage du régime $NI \cap NC$ au régime $NI \cap C$ est donné par :

$$\begin{aligned} \text{Si } gne[dW(v_1)] &= \text{Si } gne\left\{-\frac{1}{2}[2v_1 + P(v_1)]v_1^2\right. \\ &\quad \left.+ [S(v_1) - P(v_1)]\left(\frac{1}{2}v_1v_2 - \frac{1}{4}v_1^2\right)\right\} \end{aligned}$$

En excluant le cas $v_1 = 0$, on a :

$$\text{Si } gne[dW(v_1)] = \text{Si } gne\{4[S(v_1) - P(v_1)]v_2 - 2v_1^2 - [2S(v_1) - P(v_1)]v_1\}$$

Il en résulte les équivalences logiques suivantes

$$\begin{aligned} &\text{Le régime } NI \cap C \text{ domine le régime } NI \cap NC \text{ (i.e. } dW(v_1) > 0) \iff \\ v_2 &> \frac{2v_1^2 + [2S(v_1) - P(v_1)]v_1}{4[S(v_1) - P(v_1)]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{Le régime } NI \cap NC \text{ domine le régime } NI \cap C \text{ (i.e. } dW(v_1) < 0) \iff \\ v_2 &< \frac{2v_1^2 + [2S(v_1) - P(v_1)]v_1}{4[S(v_1) - P(v_1)]} \end{aligned}$$

On est alors en mesure de démontrer la proposition suivante (Chang, 1995)

Proposition 9 *Pour toute valeur $v_1 > 0$ de la première innovation, la politique indirecte qui implémente l'optimum social est une politique à seuil consistant à considérer l'innovation d'amélioration comme une infraction si et seulement si l'accroissement de valeur v_2 de la deuxième innovation est en dessous d'un certain seuil appartenant à $[\underline{0}, V_2]$. De plus, lorsque v_1 tend vers 0, ou lorsque v_1 est grand par rapport à V_2 , la valeur du seuil tend vers V_2 , ce qui implique de considérer l'innovation secondaire comme enfreinant l'innovation primaire pour toute valeur de v_1 . Enfin, pour des innovations primaires de faible valeur v_1 , des accords de licence collusifs sont optimaux lorsque l'innovation secondaire n'est pas enfreinante. Pour des innovation primaires de valeur élevée v_1 , notamment celles pour lesquelles $v_1 > v_2$, il est optimal d'interdire des accords de licence collusifs lorsque l'innovation n'est pas enfreinante.*

Preuve:

Montrons d'abord que pour tout $v_1 > 0$, le régime optimal est le régime I pour v_2 proche de zéro. En effet, la limite quand $v_2 \rightarrow 0$ de l'expression (dont le signe donne la variation du bien-être dans le passage de I vers $NI \cap NC$) $2v_1v_2 - [2S(v_1) - 3P(v_1)]v_2 - 8[S(v_1) - P(v_1)]v_1$ est négative. Donc un passage de $NI \cap NC$ vers I améliore le bien-être ($dW(v_1) > 0$).

De même la limite quand $v_2 \rightarrow 0$ de l'expression (dont le signe donne la variation du bien-être dans le passage de I vers $NI \cap C$) $2v_1v_2 - 2v_1^2 - [2S(v_1) - P(v_1)]v_1 - [2S(v_1) - 3P(v_1)]v_2$ est négative. Donc un passage de $NI \cap C$ vers I améliore le bien-être ($dW(v_1) > 0$).

Ainsi, un transfert d'allocation du couple (v_1, v_2) du régime $NI \cap NC$ ou du régime $NI \cap C$ vers le régime I améliore le bien être pour v_2 assez faible. Ceci signifie que le régime I domine les deux autres régimes pour v_2 suffisamment petit.

Cependant, il est impossible que pour tout $v_1 > 0$, le régime optimal soit toujours I . En effet, des expressions de $S(v_1)$ et $P(v_1)$ qu'on rappelle ci-dessous :

$$S(v_1) = \frac{1}{C_2} \left[\int_I \left(\frac{3}{8} v_2^2 \right) d\Psi(v_2) + \int_{NI \cap C} \left(\frac{1}{2} v_2^2 - \frac{1}{8} v_1^2 \right) d\Psi(v_2) \right. \\ \left. + \int_{NI \cap NC} \left(\frac{1}{2} v_2^2 \right) d\Psi(v_2) \right]$$

$$P(v_1) = \frac{1}{C_2} \left[\int_I \frac{1}{4} v_2^2 d\Psi(v_2) + \int_{NI \cap C} \left(\frac{-1}{4} v_1^2 - \frac{1}{2} v_1 v_2 \right) d\Psi(v_2) \right. \\ \left. + \int_{NI \cap NC} (-v_1 v_2) d\Psi(v_2) \right]$$

on tire

$$S(v_1) - P(v_1) < \frac{V_2^2}{8C_2}$$

$$2S(v_1) - 3P(v_1) = 0$$

L'utilisation de ces deux dernières relations dans l'expression donnant le signe de $dW(v_1)$ dans le passage du régime I au régime $NI \cap NC$ qu'on rappelle ici :

$$2v_1 v_2 - [2S(v_1) - 3P(v_1)]v_2 - 8[S(v_1) - P(v_1)]v_1$$

conduit à une variation de bien être $dW(v_1)$ dans le passage du régime I au régime $NI \cap NC$ telle que $dW(v_1) > 2v_1 v_2 - \frac{V_2^2}{C_2} v_1 = v_1 (2v_2 - \frac{V_2^2}{C_2}) = v_1 V_2 (2\frac{v_2}{V_2} - \frac{V_2}{C_2})$

Si v_2 est suffisamment proche de V_2 , on a alors $dW(v_1) > v_1 V_2 (2 - \frac{V_2}{C_2}) > 0$ (puisque on a supposé $C_2 > V_2$). Donc pour v_2 suffisamment proche de V_2 , le passage du régime I au régime $NI \cap NC$ conduit à une variation positive du bien-être $dW(v_1) > 0$.

Donc, pour tout $v_1 > 0$, la politique optimale doit conduire à un seuil $\tilde{v}_2 = \min \left\{ \frac{8[S(v_1) - P(v_1)]v_1}{2v_1 - [2S(v_1) - 3P(v_1)]}, \frac{2v_1^2 + [2S(v_1) - P(v_1)]v_1}{2v_1 - [2S(v_1) - 3P(v_1)]} \right\} \in [0, V_2]$ tel que:

$v_2 < \tilde{v}_2 \implies$ la politique optimale est d'affecter (v_1, v_2) au régime I
 $v_2 > \tilde{v}_2 \implies$ la politique optimale est d'affecter (v_1, v_2) au régime $NI \cap NC$
ou au régime $NI \cap C$ selon que la valeur qui réalise le min dans l'expression
de \tilde{v}_2 est celle du premier terme ou du second terme.