Chapitre 1
Concurrence pour l'innovation:
Une approche en termes de tournoi déterministe.

David ENCAOUA
novembre 2004

1 Introduction

Pour représenter une situation dans laquelle différents agents sont en concurrence en vue de parvenir en premier à un certain but (par exemple la réalisation d'une innovation de procédé, l'amélioration d'un produit existant ou encore la mise au point d'une nouvelle technologie), une manière simple de procéder consiste à adopter une logique de *tournoi*. L'issue d'un tournoi est telle qu'un seul agent s'approprie l'intégralité de la valeur de l'invention ("*winner takes all*") : Le vainqueur est le premier à atteindre le but. Les modèles de tournoi jouent un rôle important en économie de l'innovation[1].

Un tournoi est un jeu comportant une ou plusieurs étapes. Un tournoi à plusieurs étapes distingue par exemple la phase recherche conduisant à l'obtention d'un brevet et la phase développement conduisant à l'introduction sur le marché. Il ne suffit pas d'être le premier à avoir achevé la première phase pour remporter le tournoi même si le résultat de la première phase affecte la suite du jeu. Nous commençons dans ce chapitre par examiner les tournois à une seule étape réservant à un chapitre ultérieur l'analyse d'un tournoi à plusieurs étapes. L'illustration la plus évidente d'un tournoi à une étape est donnée par une *course au brevet*, le vainqueur étant celui qui obtient en premier un brevet sur son invention.

Par ailleurs, les modèles de tournoi peuvent être de nature *déterministe* ou *stochastique*, selon que la date de réussite est certaine ou aléatoire.

Dans un modèle *déterministe*, on suppose qu'il existe une relation *certaine* entre l'effort consenti ou le montant d'investissement en recherche, d'une part, et la date à laquelle l'invention devient disponible, d'autre part. Cette

[1] Dans certaines situations, l'aspect tournoi n'est pas prédominant. Par exemple, un agent qui n'a pas introduit en premier lieu l'invention peut s'approprier une partie des gains résultant de l'exploitation de l'invention. C'est le cas si cet agent peut "imiter" l'inventeur ou au moins s'inspirer de son invention ("*build around*").

relation se traduit par une fonction décroissante : la date de réalisation est d'autant plus rapprochée que l'effort ou l'investissement sont élevés. Dans ces conditions, l'agent qui valorise le plus l'invention est assuré d'être le vainqueur du tournoi.

On va montrer dans ce qui suit que la concurrence pour être le premier conduit à la *dissipation de la rente* liée à l'invention. C'est un résultat analogue à celui d'une *enchère au premier prix*, dans laquelle l'agent ayant la plus forte enchère, acquiert le bien au prix de son enchère, celle-ci étant déterminée par la valeur qu'il accorde au bien, valeur que l'on désigne comme la disposition à payer le bien.

Dans un modèle *stochastique*, la date de découverte est une *variabe aléatoire* dont la distribution dépend de l'effort consenti : le montant d'investissement en R&D affecte la *probabilité de découverte*. Dans ces conditions, l'issue de la course à l'innovation est plus incertaine : l'agent dont l'investissement en R&D est le plus élevé a simplement une espérance de gain plus élevée, car sa probabilité d'être le vainqueur du tournoi est plus forte.

Au-delà de l'incertitude sur la date de l'invention, d'autres sources d'incertitude sont présentes dans un processus d'innovation. Nous distinguerons dans ce cours au moins quatre autres sources d'incertitude. *L'incertitude technologique* renvoie au fait que la probabilité de découverte peut être non parfaitement connue lors de la phase de recherche. Elle peut évoluer au cours du temps en fonction des premiers résultats obtenus. Par ailleurs, *l'incertitude commerciale* renvoie à la manière dont le marché va accueillir l'innovation. La valeur commerciale de celle-ci, résultat de la phase de développement et d'introduction de l'innovation sur le marché, est souvent incertaine aux yeux de l'innovateur lui-même. En troisième lieu, *l'incertitude stratégique* renvoie à l'aspect tournoi du processus : durant la phase de recherche relative à un projet spécifique auquel participent plusieurs agents, chaque participant ignore s'il sera le premier ou non à réaliser l'invention. Enfin l'*incertitude juridique* résultant de l'imprécision des droits de propriété (brevets, marques, droits d'auteur, etc.) attachés au résultat de la recherche, est également présente. La valeur attendue de l'innovation dépend de l'éventualité des poursuites en matière d'invalidité des droits devant les tribunaux et de la capacité des parties à trouver des compromis.[2] En Europe, l'invalidité d'un brevet peut être déclenchée soit lors de la procédure d'opposition initiée par

[2] Voir Meurer (1989), Crampes et Langinier (2002), Lanjouw et Schankerman (2004), Hall et Harhoff (2004).

un tiers après l'octroi du brevet, soit lors d'une procédure d'appel auprès d'un tribunal spécialisé.

Nous nous concentrons dans ce chapitre à l'analyse de l'*incertitude stratégique* et nous revenons sur les autres sources d'incertitude dans les chapitres suivants.

Dans un souci de clarté pédagogique nous analysons d'abord l'issue d'un tournoi déterministe. Ce n'est évidemment pas le réalisme de cette hypothèse qui en fait l'intérêt, mais plutôt l'intuition des résultats auxquels elle conduit.[3] Des modèles de tournoi stochastiques, comportant une ou plusieurs étapes, sont examinés dans les chapitres suivants.

La représentation déterministe d'un tournoi à une étape nous conduit ainsi à examiner trois questions et un certain nombre d'applications.

La première question, développée à la section 2, présente les propriétés de la relation entre la dépense de R&D et la date de l'innovation. Nous discutons notamment la question de la nature des rendements d'échelle de la R&D.

Une première application, qui fait l'objet de la section 3, analyse l'issue de la concurrence en R&D entre des agents *symétriques* pour l'obtention d'une innovation. La question est alors de savoir si la concurrence en R&D est *excessive* ou non par rapport à l'optimum social. Ce cadre très simple fournit une illustration du phénomène bien connu de *dissipation de la rente*.

Une deuxième question concerne la notion *d'effet de remplacement* précisant la relation entre la dépense de R&D et la valeur de l'innovation. Une innovation ne résulte pas nécessairement d'une *création destructrice* , c'est à dire qu'elle n'est pas toujours le fait d'une nouvelle entreprise qui supplante une entreprise en place, celle-ci disparaissant du marché après l'innovation. Lorsqu'elle ne prend pas la forme d'une *création destructrice*, l'innovation peut se manifester de deux façons élémentaires. D'une part, elle peut être le fait d'une entreprise déjà présente avant l'innovation plutôt que d'une nouvelle entreprise. D'autre part, l'innovation ne conduit pas nécessairement à remplacer un monopole par un autre monopole avec un simple changment d'identité des deux monopoles successifs. C'est le différentiel de profit, avant et après l'innovation, qui constitue l'incitation à innover. L'analyse de ce différentiel de profit, initiée par Arrow (1962), a conduit à mettre en évidence *l'effet de remplacement* selon lequel une firme en place est moins incitée à

[3] Cette approche a été utilisée dans différents travaux, notamment Dasgupta P. et J. Stiglitz (1980). Voir le tour d'horizon de la littérature dans Reinganum (1988).

innover qu'un nouvel entrant, car celui-ci bénéficie de l'intégralité du bénéfice de l'innovation alors que la firme en place ne bénéficie que du différentiel de profit généré par l'innovation. Nous examinons cette question dans un cadre plus général permettant de comprendre comment l'intensité de la concurrence sur le marché des produits affecte l'identité du vainqueur du tournoi et les dépenses de R&D engagées. Dans la mesure où le montant de ces dépenses détermine le rythme du progès technique, l'analyse nous permet également de déterminer la relation entre le rythme du progrès technique et l'intensité de la concurrence sur le marché des produits.

Enfin, la troisième question examinée dans ce chapitre porte sur la durée optimale du brevet qu'il convient d'accorder à un innovateur. Le brevet est un titre de propriété intellectuelle conférent à son détenteur un droit exclusif pour la production et la vente du produit ou du procédé incorporant l'innovation. La question est celle de la durée optimale de ce droit exclusif. Elle donne naissance à un arbitrage économique intéressant. D'une part, plus la durée de vie de ce droit exclusif -qu'on désigne comme la longueur du brevet- est élevée, plus forte est l'incitation à innover, dans la mesure où l'innovateur s'assure des flux de profit sur une plus longue période. D'autre part, la société doit également tenir compte du coût social de la protection qu'elle accorde. Tant que le brevet est actif, le détenteur est autorisé à vendre le nouveau produit à un prix élevé puisqu'il est juridiquement protégé à l'encontre de concurrents qui imiteraient son innovation. Certains utilisateurs sont donc privés du bénéfice de l'innovation, ce qui crée une perte de bien-être pour la société. Cette perte de bien-être est le coût social du brevet. La section 5 est consacrée à l'analyse de l'arbitrage entre durée de vie de la protection et coût social de la protection[4].

2 Relation entre effort de recherche et date de découverte.

[4]En résumé, ce chapitre étudie dans un cadre de tournoi déterministe à une étape, la relation fonctionnelle $x[\Delta, \theta, L, T]$ où x est l'investissement en R&D, T est la date d'innovation, θ est l'intensité de la concurrence sur le marché des produits, L est la durée de la protection par le brevet et Δ la taille de l'innovation. Les sections 2 et 3 analysent la relation entre x et T, la section 4 la relation entre x et θ et la section 5 la relation entre x, L et Δ.

En dépensant à la date 0 un coût fixe x en R&D, on suppose qu'une entreprise peut espérer obtenir une innovation à une date t donnée par la relation déterministe $t = T(x)$.

On suppose que la fonction $T(x)$ satisfait aux hypothèses suivantes:

i/ $T'(x) < 0$; ii/ $T''(x) \geq 0$; iii/ $\lim\limits_{x \to 0} T(x) = \infty$ et $\lim\limits_{x \to \infty} T(x) = 0$; iv/ $\lim\limits_{x \to 0} T'(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to \infty} T^{'}(x) = 0$.

L'interprétation de ces hypothèses est claire. La variable $T(x)$ représente la date espérée à laquelle le produit innovant devient disponible. Cette date dépend de la dépense de recherche x. Plus celle-ci est élevée, plus la date espérée d'obtention de l'innovation est proche (i). Mais, un accroissement de la dépense entraîne une baisse moins que proportionnelle de la date d'obtention (ii). La technologie de R&D est ainsi supposée à rendements décroissants[5]. Sans dépense de recherche, aucune innovation à horizon fini n'est possible et il faut des dépenses infinies pour obtenir immédiatement une innovation (iii). Cela traduit bien le fameux adage énoncé par Edison: Toute création industrielle résulte de 99% de "transpiration" et de 1% "d'inspiration".

Les hypothèses sur la fonction T permettent d'introduire une notion duale: celle du coût de la R&D. En effet, la fonction inverse $C = T^{-1}$ exprime la dépense en R&D $x = C(t) = T^{-1}(t)$ qui doit être réalisée à la date 0 pour espérer disposer de l'innovation à la date t

Les hypothèses sur la fonction $C = T^{-1}$ se déduisent aisément de celles sur T. On a:

$C'(t) = \frac{1}{T'(x)} < 0$, $C''(t) = -\frac{T''(x)}{[T'(x)]^3} \geq 0$, $\lim\limits_{t \to 0} C(t) = \infty$ et $\lim\limits_{t \to \infty} C(t) = 0$.

On notera que la convexité de $T(.)$ entraine la convexité de $C(.)$: L'obtention à une date plus proche nécessite un accroissement de la dépense plus que proportionnel.

Exemple[6]: $T(x) = \alpha x^{-\beta}$ avec $\alpha > 0$, $\beta > 0$. On a $T'(x) = -\alpha\beta x^{-(\beta+1)}$ et $T''(x) = \alpha\beta(\beta+1)x^{-(\beta+2)}$. Si on pose $T(x) = t$, la fonction inverse de T est donnée par :

$C(t) = (\frac{t}{\alpha})^{-\frac{1}{\beta}} \Longrightarrow C'(t) = -\frac{1}{\alpha\beta}(\frac{t}{\alpha})^{-\frac{1+\beta}{\beta}} \Longrightarrow C''(t) = \frac{1+\beta}{(\alpha\beta)^2}(\frac{t}{\alpha})^{-\frac{1+2\beta}{\beta}}$

Remarque: Plutôt que de considérer un investissement en R&D ayant

[5] Pour une justification de ces hypothèses, voir Scherer (1967) Research and Development Resource Allocation under Rivalry, *Quarterly Journal of Economics*, 81, p. 359-394

[6] D'autres exemples sont présentés dans Kamien & Schwartz (1974) Patent life and R&D rivalry, American economic Review, 64, 183-187.

la nature d'un coût fixe payé à la date 0, on peut également supposer que les dépenses d'investissement en R&D s'étalent sur toute la période jusqu'à l'obtention de l'innovation à la date t selon une fonction exprimant le *flux de dépense* à la date τ ($\tau \in [0,t]$) donné par $x(\tau,t)$ et vérifiant $\frac{\partial x}{\partial t} < 0$ et $\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} > 0$. Dans ces conditions, en introduisant le taux d'actualisation r, la fonction $C(t)$ exprimant la dépense à la date 0 pour obtenir l'innovation à la date t s'écrit: $C(t) = \int_0^t x(\tau,t)e^{-r\tau}d\tau$. A titre d'illustration, Scherer (1976) considère l'expression suivante du flux de dépense instantanée $x(\tau,t) = \frac{3500}{-26+10t-0.5t^2}e^{-[\frac{(\tau-t)^2}{2t}]}$ dont le graphe en fonction de τ pour une valeur de $t=6$ est représenté à la figure 1.1.

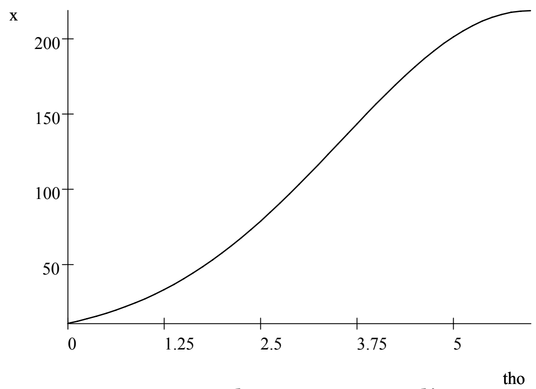

Fig. 1.1: Flux de dépense pour une date espérée d'innovation $t = 6$: $x(\tau,6) = 218\exp[-\frac{(\tau-6)^2}{12}], \tau \in [0,6]$

espérée d'innovation $t = 6$, $x(\tau,6) = 218\exp(-[\frac{(\tau-6)^2}{12}], \tau \in [0,6]$.

3 Application : Concurrence pour l'innovation et dissipation de la rente

Supposons que plusieurs firmes ($n \geq 2$) soient en concurrence pour l'achat d'une innovation future réalisée par un laboratoire extérieur qui se finance en mettant aux enchères cette innovation à venir. L'innovation est disponible à une date qui dépend du montant de l'enchère la plus élevée recueillie par le laboratoire. La firme qui fait la plus forte offre paye son enchère à la date

0 et obtient l'innovation à la date où celle-ci devient disponible. La date de mise au point de l'innovation par le laboratoire est supposée être une fonction décroissante et convexe du montant recueilli par le laboratoire.

On suppose que l'innovation mise aux enchères a une valeur commerciale V que l'on considère comme étant un paramètre exogène. La valeur de V représente l'espérance de profit que l'acquéreur de l'innovation compte en tirer à partir de sa date de disponibilité. Supposons que le taux d'actualisation r soit commun à l'ensemble des firmes. Si l'enchère de la firme i est x_i, la date de réalisation de l'innovation est donc $T[\max(x_1, ...x_n)]$ où $T(x)$ représente la date d'apparition de l'innovation lorsque le laboratoire réalise un investissement x. Comme précédemment, on suppose que $T'(x) < 0$ et $T''(x) > 0$. Les règles de l'enchère sont les suivantes.

Si une seule firme, disons la firme i, fait la plus forte enchère x_i à la date 0, elle obtient l'innovation à la date $T(x_i)$ et son gain est égal à la valeur actualisée de la valeur de l'innovation, diminuée de son enchère x_i. Le gain net de la firme i est alors donné par $Ve^{-rT(x_i)} - x_i$. Les autres firmes ont un gain nul.

Si un ensemble de $m(x_i)$ firmes présentent la même plus forte enchère x_i, on tire au hasard l'une d'elles qui se retrouve vainqueur de l'enchère. L'espérance de gain de chacune des $m(x_i)$ firmes est alors donnée par $\frac{1}{m(x_i)}[Ve^{-rT(x_i)} - x_i]$. Les $n - m(x_i)$ firmes dont l'enchère est plus faible ont un gain nul.

Remarquons bien que dans ce modèle sans incertitude, aucune ressource n'est dépensée par une firme à moins qu'elle ne soit vainqueur de l'enchère.

En désignant par $X = (x_{1,}...x_n)$ le vecteur des enchères des n firmes, la fonction de gain de la firme i s'écrit:

$$G_i(X) = \begin{cases} Ve^{-rT(x_i)} - x_i & si & x_i > x_j, \forall j \neq i \\ \frac{1}{m(x_i)}[Ve^{-rT(x_i)} - x_i] & si & m(x_i) \text{ firmes ont la plus forte enchère } x_i \\ 0 & si & \exists j \text{ t.q. } x_i < x_j \end{cases}$$

On a ainsi représenté la situation de concurrence par un jeu non coopératif $\Gamma = \{N, S_i, G_i\}$ où $N = \{1, ...n\}$ représente l'ensemble des joueurs, $S_i = [0, \infty[$ l'ensemble de stratégies du joueur i ($i \in N$), une stratégie de i correspondant au choix du montant $x_i \in S_i$ de son enchère et $G_i(x_1, ...x_n)$ est la fonction de gain du joueur i définie dans l'ensemble $S = \prod_{i=1}^{i=n} S_i$ et à valeurs dans $\mathbb{R}$.

3.1 Equilibre non coopératif.

La proposition suivante[7] explicite la nature de l'équilibre non coopératif du jeu Γ.

Proposition 1 *Dans un équilibre de Nash du jeu Γ, au moins deux firmes enchérissent la valeur x^* donnée par la valeur la plus élevée des solutions de l'équation $Ve^{-rT(x)} - x = 0$. A l'équilibre une seule firme aura à payer son enchère (celle qui aura été tirée au sort au sein des firmes dont l'enchère est x^*). Enfin, à l'équilibre toutes les firmes ont des profits nuls. Ce dernier résultat est une illustration de la dissipation de la rente.*

Preuve:

Le gain actualisé d'une firme qui aurait enchéri x à la date 0 et qui obtiendrait l'innovation de valeur V à la date $T(x)$, sachant que le taux d'actualisation est r, est donné par la fonction $f(x) = Ve^{-rT(x)} - x$. D'après l'hypothèse (iii), cette fonction est telle que $f(0) = 0$. Donc $x = 0$ est la première solution de l'équation $f(x) = 0$. Montrons que la fonction $f(x)$ s'annule une seconde fois en une valeur x^* positive. La fonction $f(x)$ admet pour dérivée $f'(x) = -rVT'(x)e^{-rT(x)} - 1$. Cette dérivée est positive pour $x = 0$ et croît avec x dans un voisinage de $x = 0$. En effet, $f'(0) > 0$ car $\lim\limits_{x \to 0} T'(x) = -\infty$. Par ailleurs, la dérivée seconde de f est donnée par: $f''(x) = rV\{r[T'(x)]^2 - T''(x)\}e^{-rT(x)}$. On a $\lim\limits_{x \to 0} f''(x) = \infty$ et $\lim\limits_{x \to \infty} f''(x) < 0$. Ainsi, le graphe de la fonction f passe par 0, est d'abord croissant en x, atteint un maximum en $x = \widetilde{x}$, puis décroît en x et traverse l'axe des abscisses une seconde fois en x^* (figure 1.2).

[7] Voir Dasgupta & Stiglitz (1980) et Reinganum (1989)

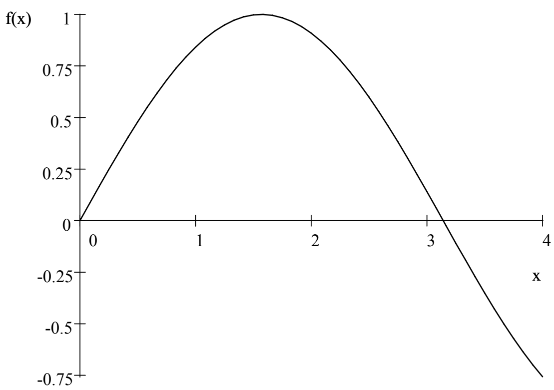

Fig. 1.2 Graphe de la fonction
$f(x) = Ve^{-rT(x)} - x$

On peut à présent démontrer la proposition. Soit $X = (x_1, ...x_n)$ un équilibre du jeu. Notons $\widehat{x} = \max(x_1, ...x_n)$ et supposons que $\widehat{x} = x_i$. Montrons d'abord qu'il est impossible que $f(\widehat{x}) > 0$. En effet, si $f(\widehat{x}) > 0$, on aurait $x_i = \widehat{x} < x^*$. Donc, il existerait un joueur j, obtenant à l'équilibre x un gain nul, qui aurait intérêt à dévier vers $x_j = \widehat{x} + \varepsilon$, où $\varepsilon > 0$ est suffisamment petit pour que $\widehat{x} + \varepsilon < x^*$. Ensuite, il est impossible que $f(\widehat{x}) < 0$ car le joueur i aurait intérêt à dévier et à enchérir $x_i = 0$ ou $x_i = x^*$. Donc, nécessairement $f(\widehat{x}) = 0$. Ainsi, $x_i = \widehat{x} = x^*$ où x^* est la plus forte valeur de x en laquelle $f(x)$ s'annule.

S'il n'existait qu'une seule composante x_i du vecteur X tel que $x_i = \widehat{x} = \max(x_1, ...x_n) = x^*$, l'agent i aurait une stratégie déviante profitable. En effet, une enchère légrement au dessus de la seconde enchère la plus élevée et inférieure à x^*, serait une déviation profitable. Donc nécessairement, il y a au moins deux firmes qui enchérissent x^*.

Enfin, s'il existe au moins deux firmes qui enchérissent x^*, le vainqueur est tiré au sort et seul le vainqueur paye son enchère. *CQFD*

La proposition illustre un résultat important: *la concurrence pour l'innovation conduit à une dissipation de la rente.* Le vainqueur obtient l'innovation à un prix tel que la valeur actualisée nette est égale à zéro. La concurrence pour l'innovation empêche donc le vainqueur de s'accaparer une rente.

On peut utiliser le modèle précédent pour répondre à une question importante. Quel serait le montant de l'enchère socialement optimale ? Remarquons que pour la société, la nature de l'identité du vainqueur est non pertinente. La seule considération qui compte, c'est que la valeur sociale actualisée de l'innovation soit maximale. Supposons que la valeur sociale de l'innovation soit égale à sa valeur privée V.

Le montant de l'enchère socialement optimale, noté $\widetilde{x}$, est donné par

$$\widetilde{x} = \underset{x}{ArgMax}[Ve^{-rT(x)} - x]$$

En dépensant un montant $\widetilde{x}$, une autorité centralisée internaliserait les externalités stratégiques qui apparaissent dans la concurrence pour l'innovation. On a nécessairement $\widetilde{x} < x^*$, car $\forall x \geq x^*, Ve^{-rT(x)} - x \leq 0$. On parvient ainsi à la proposition suivante:

Proposition 2 *La concurrence pour l'obtention de l'innovation conduit à un surinvestissement par rapport à la solution socialement optimale.*

Ainsi, non seulement *la concurrence pour être le vainqueur de la course conduit à une dissipation de la rente*, mais en plus elle conduit à *surenchérir* par rapport au niveau socialement optimal. La raison de l'écart entre l'équilibre non coopératif et l'optimum social est claire. Dans la concurrence pour la R&D, chaque firme cherche à s'approprier l'innovation; tout accroissement de son enchère affecte négativement les chances de gain de ses concurrents et, du fait de ces externalités, la somme des gains des participants à la course ne peut être maximale. La solution socialement optimale conduit à l'internalisation de ces externalités puisque, pour la société, c'est l'obtention d'une innovation qui importe et non l'identité du vainqueur.

Remarquons ici que l'optimum social pourrait être atteint si, au lieu de se concurrencer, les participants à la course se concertaient pour décider du montant à consacrer à l'innovation (solution coopérative). Les externalités inhérentes à la concurrence pour l'innovation sont ainsi éliminées par une coopération. Remarquons ici que le *surinvestissement* dû à la concurrence (équilibre non coopératif) ne tient pas compte d'un autre type d'externalités qui joue un rôle important dans le domaine de l'innovation, à savoir les externalités de débordement (encore appelés "spillovers"). Lorsqu'une dépense en R&D réalisée par un agent profite partiellement à ses concurrents, nous montrerons dans un chapitre ultérieur que la solution non coopérative conduit à un sous-investissement plutôt qu'à un sur-investissement par rapport à l'optimum social.

4 Concurrence sur le marché des produits et incitation à innover.

Jusqu'à présent, on a supposé que les firmes participant à une course à l'innovation étaient parfaitement symétriques, de sorte que la probabilité de chacune de gagner la course est $\frac{1}{n}$ si leur nombre est n. De plus, on a supposé que la valeur commerciale V de l'innovation était un paramètre exogène. On s'affranchit de ces deux hypothèses dans cette section. D'une part, on suppose à présent que les firmes ne sont pas identiques notamment parce que leurs coûts unitaires de production avant l'innovation sont différents. D'autre part, la valeur commerciale de l'innovation, définie comme le montant maximal qu'est prête à payer une firme pour disposer de l'innovation, dépend de la structure des coûts après l'innovation et de l'intensité de la concurrence sur le marché du produit. Dans ce nouveau contexte, se posent deux questions:

1. Quelle firme est la plus incitée à introduire l'innovation ? Est-ce celle dont le coût de production avant l'innovation est le plus faible, c'est à dire la firme la plus efficace ou celle ayant un coût plus élevé, c'est à dire une firme moins efficace? La question est donc de savoir si une firme plus efficace a une incitation à innover plus élevée ou au contraire plus faible que celle d'une firme moins efficace. L'incitation à innover la plus élevée nous sert ainsi à mesurer la valeur commerciale de l'innovation.

2. La valeur commerciale de l'innovation, c'est à dire la plus forte valeur qu'une firme attache à la possession de l'innovation, est également un indicateur du rythme du progrès technique dans l'activité considérée. La question est alors de savoir comment varie le rythme du progrès technique dans une industrie asymétrique, en fonction notamment de l'intensité de la concurrence

On introduit ainsi un nouveau facteur de l'innovation, celui qui traduit *l'intensité de la concurrence* sur le marché des produits. On se propose d'étudier la relation entre l'intensité de la concurrence sur le marché du produit et l'incitation à innover pour abaisser le coût[8]. Cette relation est analysée dans le cadre d'une concurrence pour l'innovation où la technologie de R&D ne présente aucune incertitude et c'est la raison pour laquelle nous faisons figurer cette application dans ce chapitre. Nous reprendrons cette même question dans le cadre d'un tournoi avec technologie de la R&D

[8] L'analyse qui suit est inspirée de Boone (2001), Intensity of competition and the incentives to innovate, *International Journal of Industrial Organization*, 19, p. 705-726

stochastique au chapitre suivant.

On considère une industrie où les participants à la course à l'innovation ont des coûts de production différents. L'intensité de la concurrence sur le marché des produits peut être plus ou moins vive et, à l'équilibre, seul un nombre fini de firmes restent actives du marché. Le nombre de firmes actives dépend ainsi de l'intensité de la concurrence qu'on représente par une variable θ dont les propriétés sont précisées par la suite.

Le vecteur des coûts marginaux de production est noté c où $c = (c_1, c_{2,} ...c_i, c_{i+1}, ...)$, les coûts étant ordonnés de façon croissante $(c_i \leq c_{i+1})$.

On se propose d'étudier une relation générale entre l'intensité de la concurrence sur le marché du produit et l'incitation à innover pour abaisser le coût. Cette relation est analysée dans le cadre d'une concurrence pour l'innovation où la technologie de R&D ne présente aucune incertitude. Les fonctions de profit résultent de l'équilibre de Nash d'un jeu de concurrence sur le marché des produits dans lequel les firmes ont des coûts représentés par le vecteur c. Nous représentons ce jeu par son résultat, à savoir les profits d'équilibre.

On suppose que les profits d'équilibre dépendent du vecteur des coûts c et de l'intensité de la concurrence θ sur le marché des produits. L'équilibre du jeu de concurrence sur le marché des produits détermine un vecteur de profits d'équilibre, notés $\pi(c, \theta)$. Seules les propriétés de ces profits d'équilibre retiendront notre attention.

Comme dans l'application précédente, on suppose qu'une innovation c_0, telle que $c_0 < c_1$ est rendue disponible par un laboratoire de recherche. Elle est vendue à la firme qui est disposée à payer le prix le plus élevé. Deux questions sont examinées:

1: Quelle firme est incitée à faire l'offre la plus élevée pour obtenir l'innovation c_0 ? C'est la question de *l'identité du vainqueur* en fonction du vecteur des coûts c, de l'importance de l'innovation c_0 et de l'intensité de la concurrence θ.

2: A quel prix est payée l'innovation c_0 ? Dans la mesure où ce prix détermine l'effort du laboratoire pour mettre au point plus ou moins rapidement la nouvelle technologie, cette question renvoie au rythme *du progrès technique* en fonction de l'intensité de la concurrence θ.

Nous commençons par présenter le modèle permettant de répondre à ces questions avant de formuler les axiomes que doivent satisfaire toute mesure de l'intensité de la concurrence. Nous caractérisons ainsi l'identité du vainqueur en fonction de l'intensité de la concurrence. Puis, nous analysons la relation entre le rythme du progrès technique et l'intensité de la concurrence.

4.1 Présentation du modèle.

Introduisons d'abord quelques notations.

- $C = \{(c_1, c_2, ...) \ / \ c_i \in \mathbb{R}^+ \cup \infty,\ c_1 \leq c_2 \leq c_3 \leq ...\}$. Par convention, si $c_i = \infty$, la firme i n'est pas active sur le marché.

- $\theta \in \mathbb{R}^+$ désigne une mesure de l'intensité de la concurrence satisfaisant les quatre axiomes $A_1 - A_4$ présentés plus loin.

- $\pi_i : C \times \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R}^+$ désigne la fonction de profit d'une firme i à l'équilibre de Nash de concurrence sur le marché du produit. Pour toute firme active sur le marché, on suppose que $\pi_i(c, \theta) \geq 0$. On suppose que les fonctions de profit d'équilibre satisfont les cinq hypothèses $H_1 - H_5$ explicitées plus loin.

- C^0 est le sous ensemble de C défini par $C^0 = \{c \in C \ / \pi_1(c, \theta) > 0 \ \forall \ \theta \geq 0$ et si $c_n \neq \infty$, alors $c_{n-1} < c_n < c_{n+1},\ n = 2, 3...\}$. Ainsi, un vecteur de coûts $c \in C^0$ est tel que la firme 1, en tant que leader technologique (la firme 1 est celle dont le coût est strictement plus faible que ceux de ses concurrents) a un profit strictement positif à l'équilibre du jeu de concurrence sur le marché des produits, quelle que soit l'intensité de la concurrence sur ce marché. De plus, $c \in C^0$ signifie que les coûts des différentes firmes sont strictement ordonnés.

4.1.1 Hypothèses sur les fonctions de profit d'équilibre.

On introduit cinq hypothèses sur les fonctions de profit $\pi_i(c, \theta)$ d'équilibre.

H1. Le profit d'une firme est une fonction non croissante de son propre coût ($\frac{\partial \pi_i}{\partial c_i} \leq 0$) (resp. une fonction strictement décroissante de son coût lorsque la firme est active). Formellement, $H1$ s'écrit: $c_i < c_i' \Longrightarrow \pi_i(c_i, c_{-i}, \theta) \geq \pi_i(c_i', c_{-i}, \theta)$, l'inégalité devenant stricte si $\pi_i(c_i, c_{-i}, \theta) > 0$

H2. Les produits sont des substituts de sorte que le profit d'une firme est i/ une fonction non décroissante des coûts de ses concurrents ($\frac{\partial \pi_i}{\partial c_j} \geq$

$0, \forall j \neq i$) et, ii/ une fonction strictement croissante des coûts des concurrents actifs lorsque la firme est elle-même active. Formellement, $H2$ s'écrit: $c'_{-i} \geq c_{-i} \implies \pi_i(c_i, c_{-i}, \theta) \leq \pi_i(c_i, c'_{-i}, \theta)$, l'inégalité devenant stricte si $\exists j$ t.q. $\pi_j(c_j, c_{-j}, \theta) > 0$, $\pi_i(c_i, c_{-i}, \theta) > 0$ et $\theta > 0$.

H3. Les coûts sont des substituts stratégiques ($\frac{\partial^2 \pi_i}{\partial c_i \partial c_j} \geq 0$), ce qui signifie qu'une baisse de coût est d'autant plus profitable à celui qui en bénéficie qu'un concurrent actif a un coût élevé. Formellement, $H3$ s'écrit: $c'_i > c_i \implies [\pi_i(c_i, c_{-i}, \theta) - \pi_i(c'_i, c_{-i}, \theta)]$ est une fonction non décroissante de c_{-i} et devient strictement croissante de c_j ($j \neq i$) si $c_j > c_i$, $\pi_j(c, \theta) > 0$, $\pi_i(c, \theta) > 0$ et $\theta > 0$.

H4. Les firmes ne diffèrent que par leurs coûts, de sorte que l'expression des fonctions de profit ne prend en compte l'identité des firmes qu'au travers de leurs coûts respectifs. Formellement, $H4$ implique $\pi_1(c_1, c_2, \theta) = \pi_2(c_2, c_1, \theta)$. Dans la suite nous n'indicerons plus les fonctions de profit et adopterons la notation $\pi(c, \theta) \equiv \pi_i(c_i, c_{-i}, \theta)$[9].

H5. Si son coût est suffisamment faible, la firme leader a toujours un profit positif, de sorte que $C^0 \neq \varnothing$. Formellement, $H5$ implique $\forall c_{-1} \in C$ tel que $c_2 > 0, \exists\ c_1$ tel que $0 < c_1 < c_2$ et $\pi_1(c_1, c_{-1}, \theta) > 0\ \forall \theta \geq 0$.

Introduisons à présent les axiomes que doit satisfaire une mesure θ de l'intensité de la concurrence sur le marché du produit .

4.1.2 Intensité de la concurrence : approche axiomatique.

L'intensité de la concurrence sur le marché des produits, mesurée par le paramètre θ, satisfait les quatre axiomes suivants :

A1: En l'absence de concurrence (i.e. $\theta = 0$), le profit d'une firme ne dépend que de son propre coût et non de ceux des concurrents. Formellement, A_1 s'écrit: $\lim_{\theta \to 0} [\pi_i(c_i, c_{-i}, \theta) - \pi_i(c_i, c'_{-i}, \theta)] = 0\ \forall (c_i, c_{-i}) \in C$ et $\forall (c_i, c'_{-i}) \in C$

A2: Un accroissement de l'intensité de la concurrence θ fait baisser le profit de la firme active la moins efficace. De plus, à l'exception de la firme la plus efficace, le profit de chacune des autres firmes devient nul dès que l'intensité de la concurrence dépasse un certain seuil. Formellement, si n désigne la firme active la moins efficace (i.e. $\pi_n(c, \theta) > 0$ et $\pi_{n+1}(c, \theta) = 0$), A_1 s'écrit : $\forall c \in C^0, \forall \theta \in \mathbb{R}^+$, $\pi_n(c, \theta)$ est une fonction décroissante de θ.

[9] Cette notation signifie que $\pi(c_k, c_{-k}, \theta)$ est le profit de la firme dont l'indice k correspond à la première composante c_k du vecteur de coûts (c_k, c_{-k}).

De plus, si la firme la plus efficace est la firme 1, alors $\forall i \geq 2$, $\exists \overline{\theta}_i$ t.q. $\theta \geq \overline{\theta}_i \Longrightarrow \pi_i(c, \theta) = 0$.

A3: Au-delà d'un certain seuil de concurrence, si l'avantage en matière de coût de la firme la plus efficace est suffisamment grand, un accroissement de l'intensité de la concurrence augmente le profit de la firme la plus efficace. Formellement, A_3 s'écrit : $\exists c^+$ et $\exists \theta^+$ t.q. $c_2 - c_1 > c^+$ et $\theta > \theta^+$ $\Longrightarrow \pi_1(c_1, c_{-1}, \theta)$ croît avec θ.

A4: Si toutes les firmes actives ont le même coût, un accroissement de l'intensité de la concurrence fait baisser le profit de chacune d'elles. Formellement, si n est la firme active la moins efficace, A_4 s'écrit : $c_1 = c_2 = ... = c_n$, alors $\underset{\theta \to \infty}{lim} \pi_i(c, \theta) = 0 \; \forall i$.

On laisse au lecteur le soin de vérifier que certaines mesures de l'intensité de la concurrence, comme par exemple la notion de *variation conjecturale*, satisfont ces quatre axiomes[10]. Rappelons la signification de cette notion. Le choix par chaque firme du niveau de sa production dépend de la réaction des concurrents qu'elle anticipe, à la suite d'une variation de son propre niveau de production. Supposons pour fixer les idées que chaque firme anticipe qu'un accroissement de son niveau de production entraîne une variation proportionnelle de la production agrégée des concurrents, le facteur de proportionalité étant constant et égal à un paramètre noté ρ. La valeur de $\rho = -\sum\limits_{j \neq i}(\frac{dq_j}{dq_i})$ ($\rho \in [0, 1]$) mesure l'intensité de la concurrence. Le paramètre ρ varie dans l'intervalle $[-1, +1]$, la valeur $\rho = -1$ correspond à la situation de collusion, la valeur $\rho = 0$ correspond à une concurrence à la Cournot et la valeur $\rho = 1$ correspond à une concurrence à la Bertrand. Un accroissement de ρ de -1 à $+1$ traduit un accroissement de l'intensité concurrentielle.

L'idée de base de ces axiomes s'exprime à travers *l'effet de sélection* qu'opère la concurrence. Lorsque l'intensité de la concurrence s'accroît, le profit relatif d'une firme efficace par rapport à celui d'une firme moins efficace s'accroît et le profit absolu de la firme la moins efficace décroît. Selon l'effet de sélection, le nombre de firmes actives à l'équilibre diminue au fur et à mesure que l'intensité concurrentielle s'accroît. A la limite, lorsque $\rho = 1$, l'équilibre de Bertrand sélectionne la firme la plus efficace.

[10] Ces propriétés de l'intensité de la concurrence sont vérifiées dans l'approche originale de la concurrence imparfaite développée par d'Aspremont, Gérard Varet et Dos Santos (2003). Voir aussi Boone (2001), Competition, University of Tilburg, Department of Economics, mimeo.

L'application qui figure à la fin de ce paragraphe utilise une autre mesure de l'intensité concurrentielle dans un cadre spatial, celle donnée par l'inverse du coût de transport par unité de distance parcourue.

On est à présent en mesure d'examiner la première question, à savoir celle de l'identité du vainqueur, c'est à dire l'identité de la firme dont la disponibilité à payer l'innovation c_0 est la plus élevée.

4.2 Identité du vainqueur.

On distingue deux cas selon qu'il ne subsiste que deux firmes actives ou plus de deux firmes actives ($n > 2$) à l'équilibre du jeu de concurrence sur le marché des produits.

4.2.1 *Premier cas: 2 firmes actives*

Ce cas correspond à $c_1 < c_2$ et $c_3 = c_4 = ... = \infty$. Avant l'innovation c_0, la firme 1 est plus efficace que la firme 2. Pour savoir laquelle des deux firmes est disposée à payer le plus pour obtenir l'innovation c_0, sachant que $c_0 < c_1 < c_2$, on compare leurs disponibilités à payer l'innovation c_0, sous l'hypothèse que si l'une des deux firmes n'acquiert pas c_0, l'autre l'acquiert.

La disponibilité à payer l'innovation c_0 de la firme 1 est donnée par :

$$\Delta\pi_1(\theta) = \pi(c_0, c_2, \theta) - \pi(c_1, c_0, \theta).$$

C'est la différence entre le profit qu'obtient la firme 1 en obtenant l'innovation c_0 (le coût du concurrent étant c_2) et le profit qu'obtient cette firme de coût c_1 si c'était son concurrent qui obtenait l'innovation c_0.

De même l'évaluation de c_0 par la firme 2 est donnée par :

$$\Delta\pi_2(\theta) = \pi(c_0, c_1, \theta) - \pi(c_2, c_0, \theta)$$

La comparaison des évaluations de c_0 par les deux firmes conduit à l'équivalence suivante :

$$\Delta\pi_1(\theta) > \Delta\pi_2(\theta) \iff \pi(c_0, c_2, \theta) + \pi(c_2, c_0, \theta) > \pi(c_0, c_1, \theta) + \pi(c_1, c_0, \theta)$$

La disponibilité à payer de la firme la plus efficace est plus élevée que celle de son concurrent si et seulement si la somme des profits de l'industrie est plus élevée lorsque la firme la plus efficace acquiert l'innovation. Ce résultat élémentaire illustre *l'effet efficacité* (ou *effet profits joints)* mis en évidence dans Vickers (1986) et Budd, Harris et Vickers (1993).

De quoi dépend cet effet d'efficacité ?

On montre dans ce qui suit que :

i/ La firme la plus efficace a la plus forte disponibilité à payer l'innovation si et seulement si l'intensité de la concurrence est suffisamment élevée,

ii/ La firme la moins efficace a la plus forte disponibilité à payer l'innovation si et seulement si l'intensité de la concurrence est suffisamment faible, les deux seuils n'étant pas nécessairement égaux.

On procède pour cela en plusieurs étapes.

1ère étape: On décompose $\Delta\pi_1(\theta) - \Delta\pi_2(\theta)$ en la somme algébrique de quatre termes:

$\Delta\pi_1(\theta) - \Delta\pi_2(\theta) \equiv [\pi(c_0, c_2, \theta) - \pi(c_1, c_0, \theta)] - [\pi(c_0, c_1, \theta) - \pi(c_2, c_0, \theta)]$

$= [\pi(c_0, c_2, \theta) - \pi(c_1, c_2, \theta)] - [\pi(c_0, c_1, \theta) - \pi(c_1, c_1, \theta)]$ (premier terme noté $PREM(\theta)$)

$+\pi(c_1, c_1, \theta) - \pi(c_1, c_0, \theta)] - [\pi(c_2, c_1, \theta) - \pi(c_2, c_0, \theta)]$ (deuxième terme noté $DEUX(\theta)$)

$+[\pi(c_1, c_2, \theta) - \pi(c_1, c_1, \theta)]$ (troisième terme noté $TRO(\theta)$)

$-\{[\pi(c_1, c_1, \theta) - \pi(c_2, c_1, \theta)]\}$ (quatrième terme noté $QUA(\theta)$)

La différence entre les disponibilités à payer l'innovation des deux firmes s'écrit donc :

$\Delta\pi_1(\theta) - \Delta\pi_2(\theta) = PREM(\theta) + DEUX(\theta) + TRO(\theta) - QUA(\theta)$

Comme nous allons le montrer, l'intérêt de cette décomposition est double. D'une part, il s'avère que chacun de ces termes est positif. D'autre part, l'interprétation de chaque terme est simple.

1er terme : $PREM(\theta)$

Le premier terme $PREM(\theta) \equiv [\pi(c_0, c_2, \theta) - \pi(c_1, c_2, \theta)] - [\pi(c_0, c_1, \theta) - \pi(c_1, c_1, \theta)]$ représente la différence entre les gains de la firme leader 1 de coût c_1 qui obtient l'innovation c_0, selon qu'elle fait face à un concurrent:

- de type c_2 moins efficace qu'elle ($c_2 > c_1$)

- ou de même type c_2 qu'elle ($c_2 = c_1$).

Ce premier terme exprime ainsi le *gain* du leader selon *le niveau de son leadership.* Ce terme est nécessairement positif du fait de l'hypothèse $H3$

(les coûts sont des substituts stratégiques). Cela signifie que le leader gagne d'autant plus en innovant que l'avance par rapport à son concurrent est élevée.

2ème terme : $DEUX(\theta)$

Le deuxième terme $DEUX(\theta) \equiv [\pi(c_1, c_1, \theta) - \pi(c_1, c_0, \theta)] - [\pi(c_2, c_1, \theta) - \pi(c_2, c_0, \theta)]$ compare la perte de profit de la firme 2 de coût c_2 lorsque la firme 1 gagne la technologie c_0, selon que la firme 2 est :

- aussi efficace que la firme 1 ($c_2 = c_1$)
- ou moins efficace qu'elle ($c_2 > c_1$).

Ce deuxième terme exprime donc la *perte* du follower selon son *retard* par rapport au leader. Selon l'hypothèse $H3$, cette perte est d'autant plus élevée que le retard par rapport au leader est faible. On notera que ce terme est à nouveau positif du fait de l'hypothèse $H3$ (substituts stratégiques) puisque $DEUX(\theta) = [\pi(c_1, c_1, \theta) - \pi(c_2, c_1, \theta)] - [\pi(c_1, c_0, \theta) - \pi(c_2, c_0, \theta)] > 0 \; \forall \theta > 0$.

L'interprétation de ce deuxième terme est illustrée par le recours à la métaphore du train raté. La "perte" que subit un voyageur en ratant son train est d'autant plus marquée que le train démarre quelques secondes seulement avant que le voyageur n'arrive sur le quai plutôt qu'une demi-heure avant!

3ème terme : $TRO(\theta)$

Le troisième terme $TRO(\theta) \equiv [\pi(c_1, c_2, \theta) - \pi(c_1, c_1, \theta)]$ représente la perte que subit la firme leader 1 lorsque la firme 2 la rattrape, c'est à dire parvient au même coût qu'elle. Ce terme mesure en quelque sorte ce que la firme 1 serait prête à payer pour éviter que la firme 2 ne la rattrape. Ce troisième terme est positif du fait de l'hypothèse $H2$. Un leader ne gagne jamais à être rattrapé!

4ème terme: $QUA(\theta)$

Le quatrième terme $QUA(\theta) \equiv [\pi(c_1, c_1, \theta) - \pi(c_2, c_1, \theta)]$ représente le gain qu'obtient la firme 2 en rattrapant le leader qui est la firme 1. Ce terme mesure en quelque sorte ce que la firme 2 serait prête à payer pour rattraper la firme 1. Ce quatrième terme est positif du fait de $H1$. Un follower ne perd jamais en rattrapant le leader!

2ème étape:

Chacun des quatre termes précédents est positif, pour toute valeur $\theta \geq 0$ de l'intensité de la concurrence. L'écart entre les disponibilités à payer l'innovation des deux firmes est la différence entre la somme des 3 premiers termes et le 4ème terme : $\Delta\pi_1(\theta) - \Delta\pi_2(\theta) = [PREM(\theta) + DEUX(\theta) + TRO(\theta)] - QUA(\theta)$.

Il nous faut donc évaluer cette différence. Pour cela, on utilise le lemme qui suit:

Lemma 3 *Si le paramètre θ satisfait les axiomes 1-4, alors $\forall(c_0, c_1, c_2)$ tel que* $0 < c_0 < c_1 < c_2$*, on a* $\underset{\theta\to\infty}{lim} QUA(\theta) = 0$ *et* $\underset{\theta\to 0}{lim}[PREM(\theta) + DEUX(\theta) + TRO(\theta)] = 0$.

Preuve :

Par définition $QUA(\theta) \equiv \pi(c_1, c_1, \theta) - \pi(c_2, c_1, \theta)$. D'après l'axiome 4, on a $\lim_{\theta\to\infty} QUA(\theta) = 0$.

De plus, d'après l'axiome 1, on a:

$\underset{\theta\to 0}{lim} PREM(\theta) = \underset{\theta\to 0}{lim}\{[\pi(c_0, c_2, \theta) - \pi(c_1, c_2, \theta)] - [\pi(c_0, c_1, \theta) - \pi(c_1, c_1, \theta)]\} = 0$,

$\underset{\theta\to 0}{lim} DEUX(\theta) = \underset{\theta\to 0}{lim}\{[\pi(c_1, c_1, \theta) - \pi(c_1, c_0, \theta)] - [\pi(c_2, c_1, \theta) - \pi(c_2, c_0, \theta)]\} = 0$

$\underset{\theta\to 0}{lim} TRO(\theta) = \underset{\theta\to 0}{lim}[\pi(c_1, c_2, \theta) - \pi(c_1, c_1, \theta)] = 0$. CQFD

Ce lemme signifie qu'en présence d'une faible intensité de la concurrence (θ appartenant à un voisinage de 0), les trois premiers termes sont faibles. En revanche, en présence d'une intensité de la concurrence très élevée ($\theta \to \infty$), c'est le quatrième terme qui tend vers 0.

Le lemme précédent nous permet d'établir alors la proposition suivante concernant l'identité de l'innovateur selon l'intensité de la concurrence.

Proposition 4 *(Boone, 2001) Dans une situation où ne figurent que deux firmes actives en concurrence pour l'obtention d'une innovation, l'identité du vainqueur dépend de l'intensité de la concurrence. Si le paramètre θ mesurant l'intensité de la concurrence satisfait les axiomes 1 à 4, et si les fonctions de profit satisfont les hypothèses 1 à 5, alors $\forall(c_0, c_1, c_2)$ vérifiant* $0 < c_0 < c_1 < c_2$ *et* $\pi(c_1, c_2, \theta) > 0\ \forall\theta \geq 0$*, il existe deux seuils $\theta^+ > 0$ et $\theta^- > 0$ vérifiant $0 < \theta^- \leq \theta^+$ tels que : i/ si $\theta > \theta^+ \Longrightarrow \Delta\pi_1(\theta) > \Delta\pi_2(\theta)$, i.e. la firme en avance est plus incitée à innover que la firme en retard; ii/ si $\theta < \theta^- \Longrightarrow \Delta\pi_1(\theta) < \Delta\pi_2(\theta)$, i.e. la firme en retard est plus incitée à innover que la firme en avance; iii/ si $\theta^- < \theta < \theta^+$, on ne peut comparer les incitations à innover des deux firmes.*

Preuve:

i/ Pour $\theta > 0$, on a $PREM(\theta) > 0, DEUX(\theta) > 0, TRO(\theta) > 0$. Comme $\lim\limits_{\theta \to \infty} QUA(\theta) = 0$, on en déduit $\exists\ \theta^{+} > 0$ tel que $\theta > \theta^{+} \Longrightarrow PREM(\theta) + DEUX(\theta) + TRO(\theta) > QUA(\theta)$.

ii/ Comme $\lim\limits_{\theta \to 0} [PREM(\theta) + DEUX(\theta) + TRO(\theta)] = 0$ et $QUA(\theta) > 0$ pour $\forall \theta \geq 0$, on en déduit $\exists\ \theta^{-} > 0$ tel que $\theta < \theta^{-} \Longrightarrow PREM(\theta) + DEUX(\theta) + TRO(\theta) < QUA(\theta)$.

iii/ Aucune conclusion ne peut être avancée lorsque $\theta \in \left]\theta^{-}, \theta^{+}\right[$.

4.2.2 *Deuxième cas : n firmes actives* ($n > 2$).

Soit un vecteur de coûts $c \in C$. Supposons que la firme i de coût c_i conjecture que si elle n'acquiert pas l'innovation c_0, c'est une firme k plus efficace qu'elle qui acquiert l'innovation. Notons c^i le vecteur c dont la $i^{ème}$ composante c_i est remplacée par c_0, les autres composantes restant inchangées. Dans ce cas, la disponibilité à payer l'innovation de la firme i est donnée par: $\Delta_i^k(\theta) = \pi_i(c^i, \theta) - \pi_i(c^k, \theta)$.

Supposons également que la firme j de coût c_j conjecture que si elle n'acquiert pas l'innovation c_0, c'est une firme l plus efficace qu'elle qui acquiert l'innovation. La disponibilité à payer l'innovation de la firme j est donnée alors par: $\Delta_j^l(\theta) = \pi_j(c^j, \theta) - \pi_j(c^l, \theta)$.

Supposons $c_i < c_j$. Dans quels cas, la firme plus efficace i de coût c_i est-elle plus incitée que la firme moins efficace j de coût c_j à acquérir l'innovation c_0?

La réponse à cette question généralise celle donnée dans le cas où seules deux firmes se font concurrence.

Proposition 5 *(Boone, 2001) Partant de la situation où n firmes sont actives ($n > 2$) et se concurrencent pour l'obtention de l'innovation c_0, on examine deux firmes i et j telles que $c_i < c_j$. Supposons que i conjecture que si elle n'acquiert pas l'innovation c_0, c'est k qui l'acquiert. De même, supposons que j conjecture que si elle n'acquiert pas l'innovation c_0, c'est l qui l'acquiert. Alors, $\forall c \in C$ et c_0 tels que $0 < c_0 < c_1$, $\exists$ deux seuils d'intensité de la concurrence, $\widehat{\theta}^{-}$ et $\widehat{\theta}^{+}$ vérifiant $0 < \widehat{\theta}^{-} \leq \widehat{\theta}^{+}$ tels que : i/ $\theta < \widehat{\theta}^{-} \Longrightarrow \Delta_i^k(\theta) < \Delta_j^l(\theta)$; ii/ $\theta > \widehat{\theta}^{+} \Longrightarrow \Delta_i^k(\theta) > \Delta_j^l(\theta)$.*

Preuve:

i/ D'après l'Axiome 1, pour de faibles valeurs de θ, le profit de la firme i ne dépend pas des coûts des concurrents, de sorte qu'on peut écrire ce profit $\pi(c_i)$. Dans ces conditions, pour des valeurs de θ proches de 0, on peut écrire: $\Delta_i^k = \pi(c_0) - \pi(c_i)$ et $\Delta_j^l = \pi(c_0) - \pi(c_j)$.

Comme $c_i < c_j$, d'après l'hypothèse H_1, pour θ proche de 0, $c_i < c_j \Longrightarrow \pi(c_i) > \pi(c_j)$ et $\Delta_i^k < \Delta_j^l$.

ii/ D'après l'Axiome 2, pour des valeurs élevées de θ, $\pi_i(c^k, \theta) = 0$. En effet, lorsque l'intensité de la concurrence est suffisamment élevée, la firme i moins efficace que la firme k quitte le marché, puisque le coût de la firme k est c_0 dans le vecteur de coût c^k. Donc, pour des valeurs élevées de θ, on a $\Delta_i^k(\theta) = \pi_i(c^i, \theta) - \pi_i(c^k, \theta) = \pi_i(c^i, \theta)$.

De même, pour des valeurs élevées de θ, on a $\Delta_j^l(\theta) = \pi_j(c^j, \theta)$.

Donc, $\Delta_i^k(\theta) > \Delta_j^l(\theta) \Longleftrightarrow \pi_i(c^i, \theta) > \pi_j(c^j, \theta)$.

Or, si la firme j dispose de la technologie c_0 face à des concurrents de coûts c_{-j}, elle réalise un profit $\pi_j(c^j, \theta) = \pi_j[(c_0, c_{-j}), \theta]$. D'après les hypothèses 2 et 5, ce profit est inférieur à $\pi_i[(c_0, c_{-i}), \theta]$ car $c_{-j} \leq c_{-i}$.

En effet, $c_{-j} = (x, ..x, c_i, x, ...) \leq c_{-i} = (x, ...x, c_j, x, ...)$ et $c_i < c_j$ par hypothèse. Donc, la firme j disposant de la technologie c_0 est confrontée à des concurrents ayant des coûts plus faibles que ceux auxquels est confrontée la firme i disposant de la technologie c_0. CQFD

INTERPRETATION

i/ Lorsque l'intensité de la concurrence est faible (θ proche de 0), un entrant e (considéré avant l'innovation comme une firme inactive de coût $c_e = \infty$ et ayant un profit $\pi_e(c, \theta) = 0$) est plus incité à acquérir l'innovation c_0, d'une part, parce que son entrée ne comporte aucun coût de remplacement et d'autre part, parce que la firme en place, subissant elle-même un coût de remplacement, n'est pas trop menacée par l'entrant dans la mesure où l'intensité de la concurrence est faible. Cela revient à dire que *l'effet de remplacement* l'emporte sur *l'effet de leadership* lorsque la concurrence sur le marché du produit n'est pas trop intense.

ii/ Inversement, lorsque l'intensité de la concurrence est forte (valeurs élevées de θ), un leader est plus incité à innover car la perte liée à l'abandon du leadership est forte. Dans ce cas, c'est *l'effet de leadership* qui l'emporte sur *l'effet de remplacement* .

Examinons à présent la deuxième question, celle du rythme du progrès technique en fonction de l'intensité de la concurrence.

4.3 Rythme du progrès technique.

Partons d'une situation où seule la firme 1 est active avant l'innovation. Son coût est c_1. Supposons qu'elle soit confrontée à la menace d'entrée potentielle d'une firme 2 qui entrerait sur le marché avec une innovation de procédé $c_0 < c_1$, innovation acquise auprès d'un laboratoire de recherche. Le coût c_2 de la firme 2 avant l'innovation est infini. L'intensité de la concurrence sur le marché des produits est toujours représentée par le paramètre θ.

La valeur de l'innovation, notée $V(\theta)$ est donnée par le maximum des disponibilités à payer des deux firmes :

$$V(\theta) = Max\{\Delta\pi_1(\theta), \Delta\pi_2(\theta)\}$$

avec $\Delta\pi_1(\theta) = \pi(c_0, c_2 = \infty, \theta) - \pi(c_1, c_0, \theta)$ et $\Delta\pi_2(\theta) = \pi(c_0, c_1, \theta) - \pi(c_2 = \infty, c_0, \theta)$.

La valeur de l'innovation $V(\theta)$ est liée au rythme *du progrès technique*, car plus cette valeur est élevée, plus le laboratoire est incité à produire rapidement une innovation. Selon le cadre d'analyse privilégié dans ce chapitre, cela revient à dire que plus l'investissement en R&D du laboratoire est important, plus la date de découverte est proche.

Le résultat principal que allons établir est que la relation entre l'intensite de la concurrence θ sur le marché des produits et la vitesse du progrès technique $V(\theta)$ n'est en général pas monotone. Pour le montrer, il suffit de construire un exemple constitué d'un vecteur de coûts c, d'une innovation c_0 et de deux seuils θ_* et θ^* tels que $V(\theta)$ est une fonction décroissante de θ avant le seuil θ_* et $V(\theta)$ est une fonction croissante de θ après le seuil θ^*.

Proposition 6 *(Boone, 2001) Etant donné un modèle de concurrence où les fonctions de profit d'équilibre satisfont aux hypothèses $H_1 - H_6$ et la mesure de l'intensité de la concurrence θ satisfait aux axiomes $A_1 - A_4$, il existe un vecteur de coûts $c \in C$, une innovation c_0 et deux seuils θ_* et θ^* de l'intensité de la concurrence tels que: i/ $\forall\theta < \theta_*$, $V(\theta)$ est une fonction décroissante de θ et ii/ $\forall\theta > \theta^*$, $V(\theta)$ est une fonction croissante de θ.*

Preuve :

La preuve est constructive. On prend: i/ $c_2 = \infty$; ii/ $c_0 < c_1^+$ où c_1^+ est défini par l'axiome A_3; iii/ c_1 proche de c_0 tel que l'axiome A_4 soit satisfait; iv/ $\theta^* > \max\{\theta^+, \widehat{\theta}^+\}$ où θ^+ est défini par l'axiome A_3 et $\widehat{\theta}^+$ est défini par la proposition précédente et enfin v/ $\theta_* = \widehat{\theta^-}$ où $\widehat{\theta^-}$ est également défini par la proposition précédente.

Première partie de la proposition: Si $\theta < \theta_*$, la firme 2 (entrant) acquiert l'innovation c_0 selon la proposition précédente. Or $\frac{dV(\theta)}{d\theta} = \frac{\partial \pi(c_0,c_1,\theta)}{\partial \theta} - \frac{\partial \pi(c_2,c_0,\theta)}{\partial \theta}$. Mais $\frac{\partial \pi(c_0,c_1,\theta)}{\partial \theta} < 0$ d'après l'axiome A_4 car c_0 est proche de c_1,et $\frac{\partial \pi(c_2,c_0,\theta)}{\partial \theta} = 0$ car $\pi(c_2, c_0, \theta) = 0$ $\forall \theta \geq 0$. Donc $\frac{dV(\theta)}{d\theta} < 0$ si $\theta < \theta_*$.

Deuxième partie: Si $\theta > \theta^*$, la firme 1 (en place) acquiert l'innovation c_0 d'après la proposition précédente. Or $\frac{\partial V(\theta)}{\partial \theta} = \frac{\partial \pi(c_0,c_2,\theta)}{\partial \theta} - \frac{\partial \pi(c_1,c_0,\theta)}{\partial \theta}$. Mais $\frac{\partial \pi(c_0,c_2,\theta)}{\partial \theta} \geq 0$ (axiome A_3) et $\frac{\partial \pi(c_1,c_0,\theta)}{\partial \theta} \leq 0$ (axiome A_2).

Donc $\frac{dV(\theta)}{d\theta} \geq 0$. De plus, si $\pi(c_1, c_0, \theta) > 0$, alors $\frac{\partial \pi(c_1,c_0,\theta)}{\partial \theta} < 0$ d'après l'axiome A_2.

Donc si $\pi(c_1, c_0, \theta) > 0$, alors $\frac{dV(\theta)}{d\theta} > 0$ pour $\theta > \theta^*$. CQFD

Interprétation:

On a choisi un vecteur de coûts où c_0 est proche de c_1 et c_1 est beaucoup plus petit que c_2. Si l'intensité de la concurrence est faible, c'est la firme 2 qui acquiert l'innovation et qui se retrouve *en concurrence frontale* avec la firme 1. Dans ces conditions, un accroissement de la concurrence est préjudiciable à l'évaluation de l'innovation par la firme 2.

Si l'intensité de la concurrence est forte, c'est la firme leader 1 qui acquiert l'innovation et dans ce cas, elle a un *leadership renforcé* par rapport à son concurrent potentiel (entrant 2). Un renforcement de la concurrence accroît le profit de la firme en avance lorsqu'elle acquiert l'innovation et diminue son profit lorsque c'est le concurrent qui acquiert l'innovation.

Ainsi la relation entre l'intensité de la concurrence et le rythme du progrès technique n'est pas monotone. Cela ne veut pas dire pour autant que la relation entre ces deux variables a nécessairement la forme d'un U où $V(\theta)$ commencerait par décroître avec θ avant de croître. Pour le voir, imaginons un vecteur de coûts tel que c_0 est très faible par rapport à c_1 et c_2. Si θ est faible, c'est la firme 2 qui acquiert l'innovation. Ce faisant, elle se retrouve loin devant l'ancien leader. Un accroissement de concurrence peut alors accroître l'évaluation qu'elle accorde à l'innovation. La partie décroissante du graphe en U n'apparaît pas dans ce cas.

4.4 Application: Concurrence spatiale et incitation à innover.

On considère trois firmes situées aux sommets d'un triangle équilatéral de côté égal à 1. Ces trois firmes produisent un même bien. Les consommateurs sont uniformément répartis (avec une densité égale à 1) sur les trois côtés du triangle. On indice par $i = 1, 2, 3$ les trois firmes et on note c_i le coût marginal constant de la firme i. On suppose $c_1 < c_2 < c_3$. Chaque consommateur achète au plus une unité du bien à l'une des trois firmes. On note t le coût de transport par unité de distance. On peut considérer $\theta = \frac{1}{t}$ comme un indicateur de l'intensité de la concurrence. Plus le coût de transport t est élevé, moins la concurrence est intense, car les consommateurs proches d'une firme sont *captifs* de cette firme. Celle-ci a donc une latitude d'autant plus importante dans le choix de son prix que le coût de transport est élevé. On laisse au lecteur le soin de vérifier que $\theta = \frac{1}{t}$ satisfait les quatres axiomes $A_1 - A_4$.

Considérons un consommateur situé à une distance d_i de la firme i qui vend au prix p_i son bien. Si le consommateur acquiert une unité du bien à la firme i, son *prix global* est donné par la somme du prix payé et du coût de transport encouru, soit $p_i + td_{i.}$ Chaque consommateur choisit d'acheter le bien à la firme pour laquelle le prix global est le plus faible. On suppose que tout le marché est couvert : chaque consommateur achète une unité du bien.

Il est aisé de montrer que la fonction de demande qui s'adresse à la firme i est donnéee par :

$$D_i(p_1, p_2, p_3, t) = [2t + \sum_{j \neq i} p_j - 2p_i]/(2t) \quad i = 1, 2, 3.$$

La firme i choisit p_i de manière à maximiser son profit donné par :

$$\Pi_i(p_1, p_2, p_3, t) = (p_i - c_i)D_i(p_1, p_2, p_3, t)$$

On détermine aisément l'équilibre de Nash du jeu de concurrence en prix en fonction des paramètres $c_{1,}c_{2,}c_3$ et t et on en déduit l'expression des profits d'équilibre des trois firmes en fonction de ces mêmes paramètres.

L'équilibre de Nash du jeu de concurrence en prix est déterminé par les conditions du premier ordre:

$$2t + p_2 + p_3 - 4p_1 + 2c_1 = 0$$

$$2t + p_1 + p_3 - 4p_2 + 2c_2 = 0$$

$$2t + p_1 + p_2 - 4p_3 + 2c_3 = 0$$

En sommant ces 3 équations, on obtient :

$$3t + c_1 + c_2 + c_3 = p_1 + p_2 + p_3$$

On obtient ainsi les prix d'équilibre:

$$p_i = t + \frac{3c_i + c_j + c_k}{5},\ i, j, k \in \{1, 2, 3\}, j \neq i, k \neq j, i \neq k$$

On en déduit les fonctions de demande aux prix d'équilibre :

$$D_i(c_i, c_{j,}c_k; t) = 1 + \frac{c_j + c_k - 2c_i}{5t},\ i, j, k \in \{1, 2, 3\}, j \neq i, k \neq j, i \neq k$$

Les fonctions de profit exprimées aux prix d'équilibre sont alors:

$$\Pi(c_i, c_{j,}c_k; t) = t[1 + \frac{c_j + c_k - 2c_i}{5t}]^2,\ i, j, k \in \{1, 2, 3\}, j \neq i, k \neq j, i \neq k$$

On suppose à présent qu'un laboratoire de recherche a mis au point une nouvelle technologie permettant de produire au coût $c_0 < c_1$. Cette technologie est mise aux enchères et vendue à celle des trois firmes qui est disposée à payer le prix le plus élevé pour bénéficier de cette technologie. Supposons que seules les firmes 2 et 3 soient intéressées par cette technologie c_0. Chacune de ces deux firmes sait que si ce n'est pas elle qui acquiert la technologie, c'est l'autre qui l'acquiert.

On suppose que $c_i = 2^i$ $(i = 0, 1, 2, 3)$. On note $\Delta_2^3(t)$ la disponibilité de la firme 2 à payer la technologie et $\Delta_3^2(t)$ celle de la firme 3.

Par définition, on a :

$$\Delta_2^3(t) = \Pi(c_2 = c_0 = 1, c_1 = 2, c_3 = 8; t) - \Pi(c_2 = 4, c_1 = 2, c_3 = c_0 = 1; t)$$

$$\Delta_3^2(t) = \Pi(c_3 = c_0 = 1, c_1 = 2, c_2 = 4; t) - \Pi(c_3 = 8, c_1 = 2, c_2 = c_0 = 1; t)$$

On parvient alors aux expressions suivantes :

$$\Delta_2^3(t) = [(5t + 8)^2 - (5t - 5)^2]/(25t)$$

$$\Delta_3^2(t) = [(5t + 4)^2 - (5t - 13)^2]/(25t)$$

On suppose à présent que t varie dans l'intervalle $[4, 10]$. En représentant les graphes de $\Delta_2^3(t)$ et $\Delta_3^2(t)$ en fonction de t, on montre qu'il existe un seuil unique $\widetilde{t}$ tel que si $t \in [4, \widetilde{t}[$, c'est la firme 2 (plus efficace que la firme 3) qui acquiert la technologie c_0, tandis que si $t \in]\widetilde{t}, 10]$, c'est la firme 3 (moins efficace que la firme 2) qui acquiert la technologie c_0.

On retrouve bien dans cette application les deux résultats établis dans cette section.

D'une part, pour $t \in [4, \widetilde{t}[$, l'intensité de la concurrence est élevée $(\theta = 1/t)$ et c'est la firme 2 plus efficace que la firme 3 qui a la plus forte incitation à acquérir la nouvelle technologie, tandis que le résultat inverse prévaut lorsque l'intensité de la concurrence est faible $(t \in]\widetilde{t}, 10])$.

D'autre part, en tenant compte du fait que le prix payé pour obtenir une technologie est un indicateur du rythme du progrès technique, on retrouve bien la propriété de non monotonicité entre l'intensité de la concurrence et la vitesse du progrès technique. Il suffit pour cela de tracer le graphe de la fonction $t \rightarrow Max(\Delta_2^3(t), \Delta_3^2(t))$.

5 Durée optimale de la protection du brevet

La valeur commerciale d'une innovation ne dépend pas seulement de l'intensité concurrentielle sur le marché du produit. Elle dépend également de la durée pendant laquelle l'innovateur peut s'approprier les bénéfices de son innovation. On traite ainsi dans cette section la question de la durée optimale de la protection par le brevet que la société confère à un inventeur à l'encontre des imitations éventuelles.

Pourquoi faut-il accorder un droit de propriété intellectuelle à un inventeur? D'un point de vue économique, la réponse tient au fait que l'activité de recherche et développement a pour résultat la production d'un bien très particulier que l'on désigne par différentes dénominations équivalentes : idée, savoir, information, connaissance. La R&D produit des idées qui sont incorporées dans l'innovation. Une idée possède deux propriétés spécifiques, à la différence d'un bien tangible. D'une part, elle ne s'épuise pas par son utilisation ou sa consommation : c'est la propriété de *non rivalité* d'une idée. D'autre part, une fois produite, l'idée peut être copiée ou imitée, empêchant l'inventeur de s'approprier les fruits de son investissement en recherche, alors que l'imitateur n'a pas besoin de dupliquer les dépenses réalisées par l'inventeur: on exprime cela en disant que l'idée satisfait une propriété de *non-exclusion.* Comme la production de l'idée est en générale assez coûteuse, il faut donner à son producteur une incitation à réaliser cet investissement. Cette incitation se trouve réalisée par l'attribution d'un droit de propriété intellectuelle que l'on appelle brevet. Le brevet permet à son détenteur une exclusivité pour l'usage, la production, la vente ou la cession de son titre. L'exclusivité est accordée pour une certaine durée qui correspond à la durée de vie légale du brevet. Quelle doit être la durée optimale de la protection ? Plus elle sera longue, plus l'amortissement de l'investissement initial pourra s'étaler sur une longue période, permettant ainsi un montant d'investissement initial important et donc une innovation plus conséquente.

La durée de la protection légale à l'encontre des imitateurs qu'accorde un droit de propriété intellectuelle comme le brevet est ainsi une dimension importante de ce droit[11]. C'est donc à la détermination de la première dimension du brevet qu'est consacrée cette section.

[11]Le modèle de base est celui de Nordhaus (1969, chapitre 5), complété par Scherer (1972, repris dans Scherer, 1984, chapitre 7).

5.1 Durée de la protection et taille de l'innovation: arbitrage

Supposons que la taille (ou l'importance) d'une innovation dépende positivement de la dépense en R&D nécessaire pour obtenir cette innovation. Dans la détermination de la durée optimale du brevet, la société est confrontée à l'arbitrage suivant.

D'une part, en allongeant la durée de la protection, la société accroît les chances de bénéficier d'une innovation plus importante puisque l'innovateur est en mesure de recouvrir des coûts plus élevés grâce aux flux de profit générés par le droit d'exclusion sur une période de protection plus longue. Mais, d'autre part, la société subit plus longtemps la perte de bien-être liée à la pratique monopolistique de l'innovateur que permet le brevet. La société est ainsi privée d'une partie du bénéfice social de l'innovation pendant toute la durée de vie du brevet, puisque ce n'est qu'à son expiration que le brevet tombe dans le domaine public.

Inversement, en abaissant la durée de la protection accordée à l'innovateur, la société se prive d'innovations importantes nécessitant des investissements élevés. Mais, en même tepms, la société se réapproprie le bénéfice de l'innovation plus tôt.

C'est là un des tout premiers arbitrages auxquels est confronté la détermination de la longueur optimale du brevet.

Pour analyser cet arbitrage, on considère la situation stylisée suivante.

5.2 Innovation de procédé

Dans une industrie concurrentielle composée d'un grand nombre de firmes ayant toutes un coût marginal de production constant c_0, le prix de vente du produit p_0 est égal au coût marginal c_0. On suppose qu'une des firmes de l'industrie décide de se lancer dans un programme d'*innovation de procédé* permettant d'abaisser le coût de production du niveau c_0 à un niveau c plus faible $(0 < c < c_0)$.

La taille ou l'importance de cette innovation de procédé est ainsi mesurée par l'écart $\Delta = c_0 - c$. Le montant de dépenses que la mise au point d'une innovation de procédé requiert dépend de l'importance de la réduction de coût. On désigne par $\Psi(c)$ la dépense requise pour parvenir au niveau de coût c.

On fait les hypothèses suivantes sur cette fonction de dépense :

i/ La fonction $\Psi(c)$ est définie, continue et de classe C^2 dans l'intervalle $]0, c_0]$ et à valeurs dans $\mathbb{R}^+$, avec $\lim_{c \to 0} \Psi(c) = \infty$ et $\Psi(c_0) = 0$.

ii/ La fonction $\Psi(c)$ est strictement décroissante : $\Psi'(c) < 0 \; \forall c \in]0, c_0[$

iii/La fonction $\Psi(c)$ est convexe : $\Psi''(c) \geq 0 \; \forall c \in]0, c_0[$

Ces hypothèses impliquent que pour abaisser le coût de production, il est nécessaire d'accroître la dépense de façon plus que proportionnelle à l'abaissement du coût de production. Ainsi, la fonction de dépense Ψ a les mêmes propriétés que la fonction T introduite dans ce chapitre pour représenter la date à laquelle l'innovation devient disponible. Mais au lieu de supposer que la dépense en R&D sert à rapprocher la date d'obtention de l'innovation, on suppose ici que la dépense en R&D sert à faire baisser le coût de production, le niveau d'abaissement du coût représentant l'importance de l'innovation. Ce changement permet de ne plus considérer la valeur de l'innovation V comme un paramètre exogène. Elle dépend à présent de l'importance de la baisse de coût Δ et de la longueur L de la protection accordée.

5.3 Bénéfice actualisé de l'innovation.

Supposons que la concurrence sur le marché des produits s'exerce en prix. L'intensité de la concurrence à la Bertrand est donc élevée. Notons $q = D(p)$ la fonction de demande du produit de l'industrie, avec $D'(p) < 0$. Le prix de monopole correspondant au coût c est défini par $p^m(c) = Arg\max_p (p-c)D(p)$. Mais le prix de vente du produit incorporant l'innovation de procédé n'est pas nécessairement égal à $p^m(c)$. Deux cas sont en effet possibles.

1. Dans le premier cas, l'innovation est dite *drastique*, ce qui signifie que le prix de monopole de l'innovateur qui dispose de la nouvelle technologie permettant de produire au coût c est plus faible que le prix de vente concurrentiel c_0 avant l'innovation. En notant $p_m(c)$ le prix de monopole au coût c, une innovation drastique est ainsi définie par la condition $p^m(c) < c_0$. Dans ce cas, en pratiquant le prix de monopole $p^m(c)$, l'innovateur parvient à exclure ses concurrents du marché. Son flux de profit par unité de temps durant la période de protection est alors égal à $V(c) = (p^m(c) - c)\, D(p^m(c))$.

2. Dans le deuxième cas, l'innovation c est dite *non drastique*, ce qui signifie que le prix de monopole $p^m(c)$ de la firme qui introduit l'innovation

de procédé est supérieur au prix de vente concurrentiel c_0 du produit avant l'innovation ($p^m(c) > c_0$). Dans ce cas, l'équilibre à la Bertrand conduit l'innovateur qui a introduit la technologie c à vendre son produit à un prix légèrement en dessous du prix limite c_0, lui permettant de s'accaparer ainsi l'intégralité du marché. Son flux de profit par unité de temps durant la période de protection est alors égal à $V(c) = (c_0 - c)\, D(c_0)$.

On peut synthétiser ces deux cas en écrivant le flux unitaire de profit de la manière suivante:

$$V(c) = (Min\{p^m(c), c_0\} - c)D(Min\{p^m(c), c_0\}).$$

Dans les deux cas, lorsque l'innovateur se voit accorder un brevet de longueur L, le bénéfice net actualisé que s'approprie l'innovateur ayant un taux d'actualisation r est donc égal à

$$\Pi(L, c) = \int_0^L V(c) \exp(-rt)dt - \Psi(c)$$

On obtient ainsi :

$$\Pi(L, c) = V(c)\frac{1 - \exp(-rL)}{r} - \Psi(c)$$

Afin de modéliser le choix de la durée socialement optimale du brevet, on considère un jeu à deux étapes entre le législateur et l'innovateur. Le législateur choisit à la première étape la durée de la protection L de manière à maximiser la fonction de bien-être $W(L, c)$ dont nous explicitons plus loin l'expression. L'innovateur choisit à la deuxième étape la valeur de c de manière à maximiser son bénéfice net actualisé $\Pi(L, c)$. Le jeu est séquentiel, l'étape du choix de L par le législateur précédent celle du choix de c par l'innovateur. On retient comme solution de ce jeu l'equilibre parfait en sous-jeux. Cela signifie qu'à l'étape 1, le législateur choisit une durée légale de la protection L, en anticipant le comportement de l'entreprise innovante. A l'étape 2, l'entreprise choisit la taille c de l'innovation, en prenant la durée légale L édictée par le législateur comme une donnée. L'équilibre parfait en sous-jeux de ce jeu séquentiel en information complète est obtenu par induction vers l'amont.

5.3.1 Choix de c à valeur de L donnée: équilibre de la deuxième étape.

A la deuxième étape, l'entreprise considère L comme une donnée et choisit $\widehat{c}(L) = Arg \max\limits_{0<c\leq c_0} \Pi(L,c)$. On s'attend à ce que $\widehat{c}(L)$ soit une fonction non croissante de L : $\widehat{c}'(L) \leq 0$. Plus la durée de la protection est élevée, plus le coût de production que vise l'entreprise innovante est faible, conduisant ainsi à une innovation de procédé d'autant plus importante.

5.3.2 Fonction de bien-être et choix de L : équilibre de la première étape.

Pour obtenir le choix optimal de L par le législateur à la première étape, il nous faut expliciter la fonction de bien être $W(L,c)$ correspondant au surplus global créé par l'innovation. Ce surplus se décompose en deux parties. La première, notée W_I, correspond au surplus global réalisé durant la période de protection $[0,L]$ et la seconde, notée W_{II} correspond au surplus global après la période de protection, c'est à dire lorsque l'innovation tombe dans le domaine public et que le bien qui l'incorpore est vendu au coût marginal de production c.

1. Commençons par déterminer le surplus global W_I sur la durée de la protection $[0,L]$. Ce surplus est lui-même la somme du surplus des consommateurs et du profit de la firme innovante.

Concernant le surplus des consommateurs, deux cas doivent être distingués, selon que l'innovation est drastique ou non-drastique.

Lorsque l'innovation est *drastique* ($p^m(c) < c_0$), les consommateurs bénéficient durant la période de protection du brevet, de la baisse du prix de vente du produit, depuis le niveau *ex-ante* c_0 jusqu'au niveau *ex-post* $p^m(c)$.

Par contre, lorsque l'innovation est *non drastique*, les consommateurs ne bénéficient d'aucun surplus sur la durée $[0,L]$ puisque le prix de vente du produit reste égal à c_0, avant comme après l'innovation.

Le surplus global actualisé des consommateurs sur la période $[0,L]$, noté $SC_I(L,c)$ s'écrit donc de manière synthétique :

$$SC_I(L,c) = \int_0^L \exp(-rt)[\int_{Min[p^m(c),c_0]}^{c_0} D(p)dp]dt$$

Notons $\varphi(L) = 1 - \exp(-rL)$. On a $\varphi(0) = 0$, $\varphi'(L) = r\exp(-rL) > 0$, $\varphi''(L) = -r^2 \exp(-rL) < 0$ et $\lim_{L\to\infty} \varphi(L) = 1$. La fonction $L \to \varphi(L)$ croît strictement de 0 à 1 lorsque L varie de 0 à l'infini et est concave.

Le surplus des consommateurs durant la période de protection s'écrit donc :

$$SC_I(L,c) = \frac{\varphi(L)}{r} \int_{Min[p^m(c),c_0]}^{c_0} D(p)dp$$

Considérons à présent le surplus de l'innovateur. Il est constitué du profit net actualisé de l'innovateur, puisque les autres producteurs ont un profit égal à 0, avant comme après l'innovation. [12].

$$\Pi(L,c) = \int_0^L V(c)\exp(-rt)dt - \Psi(c) = V(c)\frac{\varphi(L)}{r} - \Psi(c)$$

.

Au total, le surplus global $W_I(L,c) = SC_I(L,c) + \Pi(L,c)$ sur la période $[0,L]$ s'écrit :

$$W_I(L,c) = \frac{\varphi(L)}{r}\{\int_{Min[p^m(c),c_0]}^{c_0} D(p)dp + (Min[p^m(c),c_0] - c)D(Min[p^m(c),c_0])\} - \Psi(c)$$

2. Considérons à présent la période postérieure à la protection $[L,\infty[$. L'innovation tombe dans le domaine public à partir de la date L et le produit est vendu sur le marché au prix c alors qu'il était vendu au prix c_0 avant l'innovation. Dans ce cas, le flux de surplus des consommateurs s'accroît de

[12] Remarquons qu'on ne prend pas ici en compte le fait que l'innovation a eu un impact négatif sur les concurrents de l'innovateur en les faisant sortir du marché, ce que l'on désigne comme l'effet confiscateur de l'innovation (*business stealing effect*). La raison en est qu'avant l'innovation toutes les firmes ont le même coût marginal c_0 et que la concurrence par les prix conduisait chacune à vendre le produit au prix c_0 et donc à faire un profit nul. Dans ce modèle, les firmes qui ont disparu du marché après l'innovation de procédé n'ont donc rien perdu!

$\int_c^{c_0} D(p)dp$ par unité de temps. La valeur actualisée de cet accroissement de surplus des consommateurs s'écrit donc :

$$SC_{II}(L,c) = \int_L^{\infty} \exp(-rt)[\int_c^{c_0} D(p)dp]dt$$

Cette expression s'écrit:

$$SC_{II}(L,c) = \frac{1-\varphi(L)}{r} \int_c^{c_0} D(p)dp$$

Notons que cette variation de surplus des consommateurs durant la période postérieure à la protection, représente la valeur actualisée de la *perte de bien être* sur la première période $[0, L]$, perte due au pouvoir de monopole que confère le brevet. Comme le profit des producteurs tombe à 0 après la durée de protection, l'expression actualisée du surplus global à la période post-innovation est donné par :

$$W_{II}(L,c) = SC_{II}(L,c).$$

Au total, l'expression du surplus global actualisé induit par l'innovation est donné par :

$$W(L,c) = W_I(L,c) + W_{II}(L,c)$$

Après remplacement, on obtient :

$$\begin{aligned} & W(L,c) \\ = \; & \frac{\varphi(L)}{r}\{\int_{Min[p^m(c),c_0]}^{c_0} D(p)dp + (Min[p^m(c),c_0]-c)D(Min[p^m(c),c_0])\} \\ & +\frac{1-\varphi(L)}{r}\int_c^{c_0} D(p)dp - \Psi(c) \end{aligned}$$

5.4 L'équilibre de Nash parfait en sous jeux.

L'équilibre de Nash parfait en sous jeux du jeu séquentiel où le législateur choisit d'abord L, puis la firme innovante choisit c se détermine en résolvant d'abord la deuxième étape. Pour une valeur de L donnée, la firme choisit $\widehat{c}(L) = Arg\max_{c \leq c_0} \Pi(L, c)$.

On remplace donc c par $\widehat{c}(L)$ dans l'expression de $W(L, c)$, obtenant ainsi une nouvelle expression définie par $\widehat{W}(L) = W(L, \widehat{c}(L))$. Le législateur choisit alors $\widehat{L} = Arg\max_{L \geq 0} \widehat{W}(L)$.

L'équilibre parfait est ainsi donné par $(\widehat{L}, \widehat{c}(L))$ et la valeur de $\widehat{L}$ représente la durée socialement optimale de la protection.

Le résultat le plus important établi par Nordhaus (1969)[13] est que l'arbitrage entre un accroissement de la durée de la protection et la taille de l'innovation conduit la société à n'accorder qu'une protection limitée, c'est à dire une *durée de vie finie* du brevet. La raison est qu'au-delà de cette durée, le rendement social marginal escompté de l'investissement en recherche diminue, même si l'entreprise continue d'accroître la taille de l'innovation lorsque la durée de vie augmente. Les consommateurs s'accaparant de plus en plus tard l'intégralité des bénéfices de l'innovation, l'évaluation sociale de ces bénéfices est de plus en plus faible.

5.5 Choix d'une spécification.

Plutôt que d'examiner les propriétés de l'équilibre parfait dans le cadre général, on choisit ici de ne traiter qu'une spécification particulière.

La fonction de demande du produit est représentée par $D(p) = a - p$. Avant l'innovation, le coût marginal de production est c_0 et l'industrie est supposée concurrentielle, de sorte que $p_0 = c_0$ et $D(p_0) = a - c_0 = q_0$.

L'innovation de procédé consiste à baisser le coût de c_0 à c. On suppose ici qu'il s'agit d'une innovation non drastique, de sorte que $p^m(c) > c_0$. L'innovateur peut donc vendre son produit au prix c_0 et réaliser une marge unitaire égale à $c_0 - c$. On note $\Delta = c_0 - c$ et on suppose que le coût en R&D pour passer d'un coût c_0 à un coût c est donnée par $\Psi(\Delta) = \frac{\Delta^2}{2} =$

[13] Une présentation géométrique est donnée par Scherer (1972).

$\frac{(c_0-c)^2}{2}$, de sorte que la technologie d'abaissement des coûts est à rendements décroissants.

Le profit actualisé que peut s'accaparer l'innovateur protégé par un brevet de durée L est donné par :

$$\begin{aligned}\Pi(L,\Delta) &= \int_0^L \Delta q_0 \exp(-rt)dt - \Psi(\Delta) = \frac{1-\exp(-rL)}{r}\Delta q_0 - \frac{\Delta^2}{2} \\ &= \frac{\varphi(L)}{r}\Delta q_0 - \frac{\Delta^2}{2}.\end{aligned}$$

Le surplus actualisé des consommateurs durant la période $[0,L]$ de protection est donné par l'expression :

$$SC_I(L,\Delta) = \int_0^L \frac{1}{2}(a-c_0)^2 \exp(-rt)dt = \frac{1}{2}(q_0)^2\frac{\varphi(L)}{r}$$

Après la date L, l'innovation de procédé tombe dans le domaine public et le produit est vendu au coût c. Le surplus actualisé des consommateurs durant la période $[L,\infty[$ est alors donné par l'expression :

$$SC_{II}(L,\Delta) = \int_L^\infty \frac{1}{2}(a-c)^2 \exp(-rt)dt = \frac{1}{2}(a-c)^2\frac{1-\varphi(L)}{r}$$

Notons $a-c = a-c_0+c_0-c = q_0+\Delta$. On a alors :

$$SC_{II}(L,\Delta) = \frac{1}{2}(q_0+\Delta)^2\frac{1-\varphi(L)}{r}$$

Au total, le surplus global s'écrit :

$$\begin{aligned}W(L,\Delta) &= \Pi(L,\Delta) + SC_I(L,\Delta) + SC_{II}(L,\Delta) \\ &= \frac{\varphi(L)}{r}(\Delta q_0 + \frac{(q_0)^2}{2}) + \frac{1-\varphi(L)}{r}\frac{(q_0+\Delta)^2}{2} - \frac{\Delta^2}{2}\end{aligned}$$

Avec ces spécifications, on est en mesure de déterminer analytiquement l'équilibre parfait du jeu à deux étapes où le régulateur choisit la longueur du brevet L à la 1ère étape et l'entreprise choisit le niveau de réduction de coût Δ à la 2ème étape.

Pour L donné, l'entreprise choisit $\widehat{\Delta}(L) = Arg\max_{\Delta} \Pi(L,\Delta) = Arg\max_{\Delta}[\frac{\varphi(L)}{r}\Delta q_0 - \frac{\Delta^2}{2}]$.

On obtient :

$$\widehat{\Delta}(L) = \frac{\varphi(L)}{r} q_0.$$

On vérifie bien que $\frac{d\widehat{\Delta}(L)}{dL} = \exp(-rL)q_0 > 0$. La réduction de coût recherchée par l'innovateur ($\widehat{\Delta}(L) = c_0 - \widehat{c}(L)$) est d'autant plus élevée que la durée de la protection est plus longue. On vérifie également que pour $L = 0$, on obtient $\widehat{\Delta}(0) = 0$ (i.e. en l'absence de protection, il n'existe aucune incitation pour réduire le coût).

En remplaçant Δ par cette valeur $\widehat{\Delta}(L)$ dans $W(L,\Delta)$, on obtient $\widehat{W}(L) = W(L, \widehat{\Delta}(L))$ dont l'expression est donnée par :

$$\begin{aligned}
\widehat{W}(L) &= \frac{\varphi(L)}{r}[\frac{\varphi(L)}{r}(q_0)^2 + \frac{(q_0)^2}{2}] \\
&\quad + \frac{1-\varphi(L)}{r}[q_0(1+\frac{\varphi(L)}{r})]^2 - \frac{1}{2}[\frac{\varphi(L)}{r}q_0]^2
\end{aligned}$$

On obtient ainsi :

$$\widehat{W}(L) = (q_0)^2 \left\{ \frac{1}{2r} + \frac{\varphi(L)}{r^2} + \frac{1-\varphi(L)}{2r}\frac{\varphi^2(L)}{r^2} - \frac{\varphi^2(L)}{2r^2} \right\}$$

La dérivée seconde de cette fonction $\widehat{W}(L)$ est négative si $3\exp(-rL) < 2 + r$, condition que nous supposerons satisfaite, de sorte que le maximum en L de $\widehat{W}(L)$ est donné par la CPO : $\frac{d\widehat{W}(L)}{dL} = 0$. On trouve ainsi:

$$\exp(-rL)(4+2r) - 3\exp(-2rL) - 1 = 0$$

En posant $\exp(-rL) = X$ et en choisissant la racine inférieure à 1 de l'équation du second degré $-3X^2 + (4+2r)X - 1 = 0$, on trouve $X = \frac{2+r-\sqrt{1+4r+r^2}}{3}$ d'où :

$$L(r) = -\frac{1}{r}\ln\left(\frac{2+r-\sqrt{1+4r+r^2}}{3}\right)$$

On en déduit :

$$\widehat{\Delta}(L(r)) = \frac{\varphi(L(r))}{r}q_0 = \frac{1-r+\sqrt{1+4r+r^2}}{3r}q_0$$

On représente ci dessous le graphe de la fonction $L(r)$.

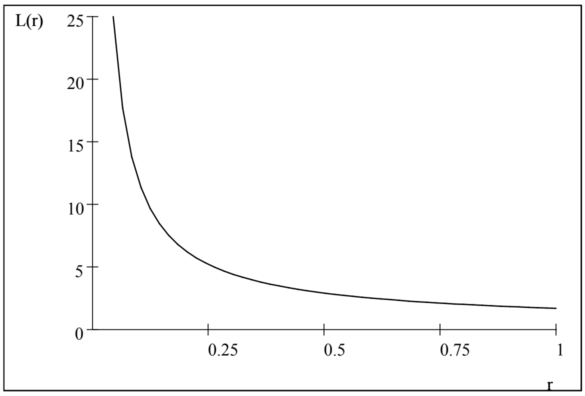

Figure 1.3 : Durée optimale du brevet $L(r)$ en fonction du taux d'intérêt r.

Pour $r > 0$, on trouve bien une durée *finie* du brevet. Quand $r \to 0$, la limite de $L(r)$ est infinie. L'interprétation est simple. Un taux d'actualisation $r = 0$ exprime un facteur d'actualisation maximal égal à 1. Dans ce cas, l'innovateur attache une importance égale aux gains futurs et aux gains présents. C'est ce qui explique que dans ce cas limite ($r = 0$), il faille accorder à l'innovateur une protection de durée infinie pour l'inciter à réaliser une innovation de procédé.

6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons fait abstraction des incertitudes liées au processus d'innovation. L'approche déterministe adoptée nous a conduit à représenter ce processus de deux manières équivalentes. Selon la première, le choix d'un investissement en R&D détermine de manière certaine la date de réalisation de l'innovation. Selon la seconde, le choix d'un investissement en R&D détermine de manière certaine la taille de l'innovation, définie dans ce chapitre comme une innovation de procédé réduisant le coût de production unitaire. Ces deux approches nous ont permis d'analyser essentiellement trois questions.

1. Quel est l'"impact de la concurrence en R&D sur les niveaux d'investissement d'équilibre ? Nous avons montré que les forces du marché pour acquérir un leadership technologique conduisent à un niveau de R&D excessif par rapport à l'optimum social. La concurrence pour être le premier à réaliser l'innovation conduit à une dissipation de la rente. Dans ces conditions une solution où le niveau de R&D est déterminé de manière coopérative permet d'internaliser les externalités stratégiques liées à la concurrence pour être le premier.

2. Quel est l'impact sur l'incitation à innover de l'intensité de la concurrence sur le marché des produits ? Après avoir caractérisé la notion d'intensité de la concurrence, nous avons montré que son effet sur l'incitation à innover passe par deux effets opposés. D'une part, *l'effet de remplacement* selon lequel une firme en place, disposant au préalable d'une rente sur le marché, a une disponibilité à payer l'innovation plus faible que celle d'un entrant. D'autre part, *l'effet de leadership* selon lequel une firme efficace cherche à renforcer sa domination sur ses concurrents effectifs et potentiels. Le premier effet prédomine lorsque l'intensité de la concurrence est faible (en dessous d'un certain seuil) tandis que le second effet prédomine lorsque

l'intensité de la concurrence est élevée (au-dessus d'un seuil). La prise en compte de ces deux effets explique que la valeur de l'innovation, définie comme la disponibilité à payer la plus élevée, n'est pas une fonction monotone de l'intensité de la concurrence. Ce résultat joue un rôle important, dans les modèles de croissance endogène néo-Schumpeteriens.

3. Quel est le choix socialement optimal de la durée de la protection du brevet ? La société offre à un innovateur présentant un produit ou un procédé nouveau, inventif et utile une protection juridique en lui accordant un titre de propriété intellectuelle exclusive sur son invention. Ce titre de propriété -le brevet- réalise un compromis entre deux objectifs. D'une part, le premier objectif est d'inciter l'innovateur à faire un investissement de recherche approprié en lui offrant la possibilité de recouvrir ses coûts et de rentabiliser son investissement par les recettes engendrées durant la période de protection. Plus, cette période est étendue, plus l'innovateur est incité à fournir un effort de R&D important. D'autre part, le second objectif est de permettre à la société de s'approprier le plus rapidement possible l'intégralité du surplus de l'innovation. De ce second point de vue, un raccourcissement de la période au bout de laquelle l'innovation tombe dans le domaine public, accroit le bien-être des utilisateurs. On a montré dans ce chapitre qu'une durée finie de la protection est socialement optimale. L'arbitrage entre la taille de l'innovation et la durée de la protection conduit à une durée finie de la protection permettant à la société de se réapproprier le bénéfice de l'innovation. C'est là le premier arbitrage auquel est confronté le droit du brevet qui explique pourquoi la société ne consent à attribuer un droit de propriété intellectuelle que pour une durée temporaire (20 ans en général) et non infinie.